DOI https://doi.org/10.30525/978-9934-26-043-8-2

КІЛЬЦЕ ЕНДОМОРФІЗМІВ ДЕЯКИХ КАНОНІЧНО Т-ЦИКЛІЧНИХ МАТРИЦЬ

Бортош М. Ю.
кандидат фізико-математичних наук,
старший викладач кафедри алгебри
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
м. Ужгород, Україна

Нехай K − комутативне кільце з одиницею. Під мономіальною матрицею $M = (m_{ij})$ над K будемо розуміти квадратну матрицю розміру $n \times n$ $(n > 1)$, в кожному рядку і в кожному стовпці якої стоїть рівно один ненульовий елемент. Такій матриці можна природнім чином зіставити орієнтований граф $\Gamma(M)$ з n вершинами, занумерованими числами $1, \dots, n$, і ребрами $i \to j$ для всіх $m_{ij} \neq 0$. Очевидно, що $\Gamma(M)$ є неперетинним об'єднанням циклів. Якщо цикл лише один, то мономіальну матрицю називаємо циклічною.

Циклічна матриця вигляду

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & m_{1n} \\ m_{21} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_{n,n-1} & 0 \end{pmatrix}$$

називається канонічно циклічною.

У випадку, коли всі ненульові елементи m_{ij} канонічно циклічної матриці M мають вигляд $t^{s_{ij}}$ $(t \in K)$, де $s_{ij} \neq 0$, матриця M називається канонічно t-циклічною [1, с. 18].

Ендоморфізмом матриці M є матриця X така, що $MX = XM$. Кільце ендоморфізмів канонічно t-циклічних матриць M малих розмірів над локальним кільцем K з радикалом $R = tK \neq 0$, де $R^2 = 0$, вже відоме [1, с. 20-30].

Розглянемо канонічно t-циклічну мономіальну матрицю M розміру $n \times n$ з визначальною послідовністю $\overline{m} = (1, t, \underbrace{1,1, \dots, 1}_{\mathrm{n-3}}, t)$ над локальним кільцем K з радикалом Джекобсона $R = tK \neq 0$.

Теорема 1. Нехай $K-$ комутативне локальне кільце з радикалом $R = tK \neq 0,\ R^2 = 0.$ $M-$ канонічно t-циклічна мономіальна матриця розміру $n \times n,$ де $n > 11$ з визначальною послідовністю $(1, t, \underbrace{1,1, \dots, 1}_{\text{n}-3}, t)$ над кільцем K. Тоді $End(M, M) = \{(X_1\ X_2) |\ a_{ij}, b_{ij} \in K, i, j = 1, \dots, n\}$, де

$$X_1 = \begin{pmatrix} a_{nn} + b_{11}t & a_{n1}t & a_{n2} + b_{13}t & a_{n3}t & a_{n4}t \\ a_{n,n-1} + b_{21}t & a_{nn} + b_{11}t & a_{n1} + b_{23}t & a_{n2} + b_{13}t & a_{n3}t \\ a_{n,n-2}t & a_{n,n-1}t & a_{nn} & a_{n1}t & a_{n2}t \\ a_{n,n-3}t & a_{n,n-2}t & a_{n,n-1} & a_{nn} & a_{n1}t \\ a_{n,n-4}t & a_{n,n-3}t & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n5}t & a_{n6}t & a_{n7} & a_{n8} & a_{n9} \\ a_{n4}t & a_{n5}t & a_{n6} & a_{n7} & a_{n8} \\ a_{n3}t & a_{n4}t & a_{n5} & a_{n6} & a_{n7} \\ a_{n2} & a_{n3}t & a_{n4} & a_{n5} & a_{n6} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & a_{n5} \end{pmatrix},$$

$$X_2 = \begin{pmatrix} a_{n5}t & a_{n6}t & a_{n7}t & \cdots & a_{n,n-2}t & a_{n,n-1}t \\ a_{n4}t & a_{n5}t & a_{n6}t & \cdots & a_{n,n-3}t & a_{n,n-2}t \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n2}t & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n1}t & a_{n2}t & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n,10} & a_{n,11} & a_{n,12} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n9} & a_{n,10} & a_{n,11} & \cdots & a_{n2}t & 0 \\ a_{n8} & a_{n9} & a_{n,10} & \cdots & a_{n1}t & a_{n2}t \\ a_{n7} & a_{n8} & a_{n9} & \cdots & a_{nn} & a_{n1}t \\ a_{n6} & a_{n7} & a_{n8} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Література:

1. Бондаренко В. М., Бортош М. Ю. Опис деяких категорій незвідних матриць малих порядків над локальними кільцями. *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ.* 2016. Вип. 28, № 1. С. 18–34.