

SECTION 2. APPLIED MECHANICS

DOI <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-230-2-4>

CONICAL TRANSMISSIONS BASED ON CONGRUENT SPHERICAL ELLIPSES

ПЕРЕДАЧІ НА ОСНОВІ КОНГРУЕНТНИХ СФЕРИЧНИХ ЕЛІПСІВ

Kresan T. A. Кресан Т. А.

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Natural, Mathematical and General Engineering Disciplines Separated Subdivision National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine "Nizhyn Agrotechnical Institute" Nizhyn, Chernihiv region, Ukraine кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри природничо-математичних та загальноінженерних дисциплін Відокремленої підрозділ Національного університету біоресурсів і природокористування України, Ніжинський агротехнічний інститут м. Ніжин, Чернігівська область, Україна

Pylypaka S. F. Пилипака С. Ф.

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Graphic Geometry, Computer Graphics and Design National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine Kyiv, Ukraine доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну Національний університет біоресурсів і природокористування України м. Київ, Україна

Petryk A. M. Петрик А. М.

Lecturer Nizhyn Vocational College of the National University National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine Nizhyn, Chernihiv region, Ukraine викладач ВСП «Ніжинський фаховий коледж Національного університету біоресурсів і природокористування України» м. Ніжин, Чернігівська область, Україна

Використання поверхні сфери широко використовується в розв'язанні геометричних задач [1, с. 495; 2 с. 83–87]. Сферичні еліпси є аналогом плоских центроїд некруглих коліс [3; 5–7].

Сферичний еліпс будується за аналогією із еліпсом на площині: сума відстаней від будь-якої точки еліпса до його фокусів є величина стала. Особливістю сферичного еліпса є те, що відстані вимірюються не в лінійних величинах, а в кутових.

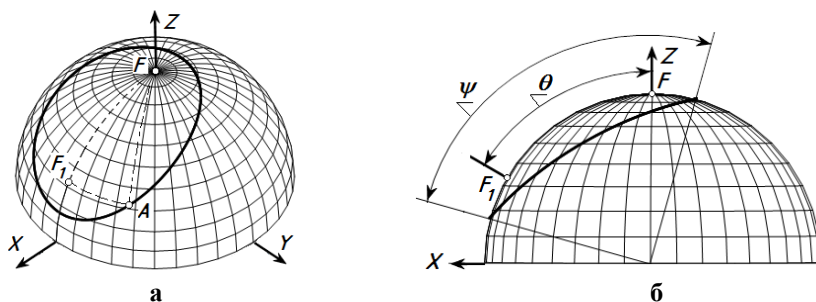


Рис. 1. Графічні ілюстрації та позначення кутів до побудови сферичного еліпса:

- а) зображення сферичного еліпса із фокусами F і F_1 і точкою A на ньому;
- б) вигляд збоку

Позначимо широту через ε , а довготу – через γ . Залежність між цими криволінійними координатами у вигляді $\varepsilon = \varepsilon(\gamma)$ задає сферичну лінію на сфері. Авторами статті така залежність знайдена для сферичного еліпса, у якого один фокус розташований на осі OZ :

$$\varepsilon = \arctg \left(\frac{\cos \theta - \cos \psi}{\sin \psi - \cos \gamma \sin \theta} \right). \tag{1}$$

Рівняння (1) є внутрішнім рівнянням сферичного еліпса у криволінійних координатах сфери. Для його побудови скористаємося параметричними рівняннями сфери радіуса R :

$$X = R \sin \varepsilon \cos \gamma; \quad Y = R \sin \varepsilon \sin \gamma; \quad Z = R \cos \varepsilon. \tag{2}$$

Широта ε і довгота γ є незалежними змінними рівнянь сфери (2). При підстановці залежності (1) у (2) ці рівняння стають залежними тільки від однієї змінної – довготи γ . При цьому вони описують уже не поверхню сфери, а лінію на ній (сферичний еліпс). Для подальших досліджень нам потрібно знайти похідну довжини дуги s сферичного еліпса.

За відомою формулою знаходимо:

$$s' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = R \sqrt{\sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}. \tag{3}$$

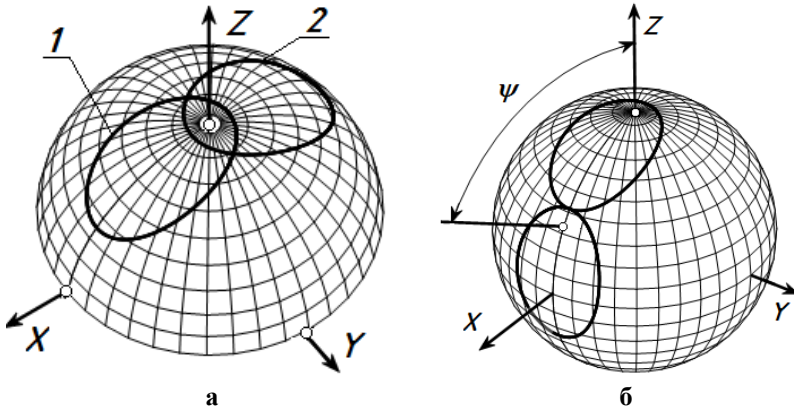


Рис. 2. Сферичні еліпси на поверхні сфери:

- а) початкове положення двох еліпсів;
 б) положення еліпсів з точковим контактом

При коченні еліпсів точка контакту змінюватиме своє положення, отже кут ε першого еліпса теж змінюватиметься. Його величину можна знайти за формулою (1) в залежності від кута повороту γ . Але другий еліпс для кожної точки контакту матиме свій кут ε_1 . Сума цих кутів повинна бути сталою: $\varepsilon + \varepsilon_1 = \psi$. Звідси знаходимо вираз для кута $\varepsilon_1 = \psi - \varepsilon$. При повороті першого еліпса навколо осі OZ на кут γ можна знайти координату ε точки дотику за формулою (1). На другому еліпсі відповідна координата теж відома: $\varepsilon_1 = \psi - \varepsilon$. А от друга координата φ , яка відповідає кутів γ першого еліпса, невідома. Її можна знайти, виходячи із того, що кочення відбувається без ковзання. В такому випадку довжини дуг s і s_1 першого і другого еліпсів мають бути рівними. Щоб знайти довжину дуги другого еліпса, потрібно мати його рівняння. Другу криву (якою має бути конгруентний еліпс) теж шукатимемо за рівняннями (2), у яких $\varepsilon_1 = \psi - \varepsilon$, а кутові γ відповідатиме кут φ , причому зробимо його залежним від γ , тобто $\varphi = \varphi(\gamma)$.

Після тригонометричних перетворень отримаємо наступний результат:

$$\varphi = -2 \operatorname{arctg} \frac{2 \sin^2 \left(\frac{\theta + \psi}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\cos \theta - \cos \psi}. \quad (4)$$

Якщо через сферичні еліпси провести лінійчаті поверхні з вершинами в початку координат, то отримаємо конічні аксоїди. При обертанні навколо нерухомих осей OZ і OX вони будуть котитися один по одному без ковзання, при цьому пряма лінія контакту буде проходити через точку контакту еліпсів.

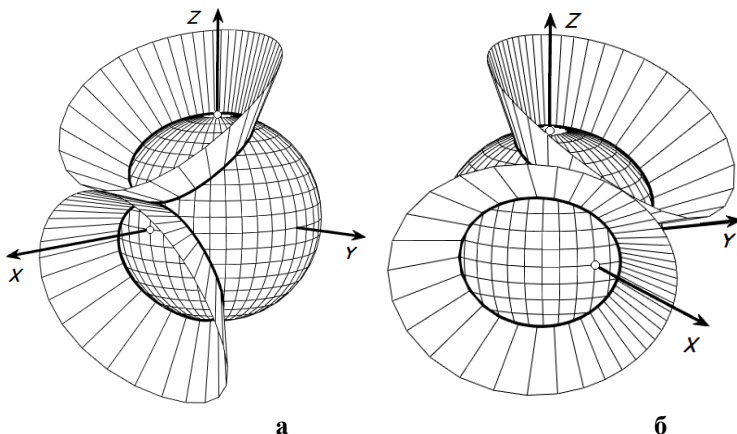


Рис. 3. Сферичні еліпси та відповідні їм конічні аксоїди

($\psi=90^\circ$, $\theta=60^\circ$):

- а) положення двох еліпсів при $\gamma=0^\circ$, $\varphi=0^\circ$;
 б) положення двох еліпсів при $\gamma=30^\circ$, $\varphi=-90^\circ$

Еліпси на площині служать центроїдами для проектування циліндричних зубчатих передач з некруглими колесами, у яких осі обертання проходять через фокуси еліпсів. Сферичні еліпси виступають у ролі сферичних центроїд для проектування аналогічних конічних передач. Для сферичних еліпсів відстані на поверхні сфери зручно задавати у кутовому вимірі. Аналогом великої осі у сферичного еліпса є кут ψ , який є кутом перетину осей обертання. При $\psi=90^\circ$ осі обертання сферичних еліпсів перетинаються під прямим кутом незалежно від величини відстані між фокусами, тобто від кута θ . При зменшенні кута θ сферичні еліпси за формою наближаються до кіл і перетворюються в них при $\theta=0^\circ$. Сферичні еліпси є напрямними кривими для побудови відповідних конічних аксоїдів.

Література:

1. Гусятин В.М., Громенко А.Є., Сорокін Р.В. Метод сферичної інтерполяції триангульованих поверхонь. *Сучасні інформаційні*

системи. *Проблеми та тенденції розвитку* : Матеріали другої міжнародної наукової конференції. Харків – Туапсе. 2007. С. 495–496.

2. Пилипака С.Ф., Грищенко І.Ю., Кресан Т.А. Моделювання смуг розгортних поверхонь, дотичних до поверхні кулі. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. № 1. С. 81–88.

3. Kresan T., Pylypaka S., Ruzhylo Z., Rogovskii I., Trokhaniak O. External rolling of a polygon on closed curvilinear profile. *Acta Polytechnica*. 2020. Vol. 60, No 4. URL: <https://ojs.cvut.cz/ojs/index.php/ap/article/view/6637>.

DOI <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-230-2-5>

ANALYSIS OF CHIP SEPARATION METHODS

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВІДЦІЛЕННЯ СТРУЖКИ

Chasov D. P. Часов Д. П.

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, кандидат технічних наук, доцент,
Associate Professor at the Department of Mechanical Engineering and Welding Technology доцент кафедри технології машинобудування та зварювання
Dniprovsk State Technical University Дніпровський державний технічний університет

Beyhul V. O. Бейгул В. О.

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, кандидат технічних наук, доцент,
Associate Professor at the Industrial Engineering Department доцент кафедри галузеве машинобудування
Dniprovsk State Technical University Дніпровський державний технічний університет

Bobrov V. V. Бобров В. В.

Postgraduate Student at the Department of Mechanical Engineering and Welding Technology аспірант кафедри технології машинобудування та зварювання
Dniprovsk State Technical University Дніпровський державний технічний університет
Kamianske, Dnipropetrovsk region, Ukraine м. Кам'янське, Дніпропетровська область, Україна

One of the new, promising directions in mechanical engineering is the complex mechanization of chip transportation from the cutting area of the machine to the area of its processing and briquetting.