Zhanna Chernousova
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor at the Department of Economic Cybernetics
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

Черноусова Ж.Т.
к.ф.-м.н., доцент кафедри економічної кібернетики
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

DOI: https://doi.org/10.30525/978-9934-26-295-1-131

ON THE PROBLEMS OF MODELING AND MANAGEMENT OF SOCIO-ECONOMIC OBJECTS UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

ЩОДО ПРОБЛЕМ МОДЕЛЮВАННЯ ТА КЕРУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИМИ ОБ’ЄКТАМИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

За Норбертом Вінером кібернетика – це наука про керування та передання інформації в машинах, живих організмах та суспільстві. Н. Вінер вважав, що соціальне та економічне управління можна аналізувати на основі тих самих загальних положень теорії керування системами, які створені людьми.

Оскільки повне знання можливе лише в ідеалі, то у приватному та суспільному житті люди змушені приймати рішення в умовах «невизначеності». Найбільш повно розроблено поняття невизначеності, що використовує стохастичну (ймовірнісну) випадковість. Для вивчення масового випадкового явища можна спробувати знайти закономірності асимптотичної поведінки середніх значень різних характеристик явища. Наприклад, це можуть бути частоти певних наслідків. Але, наприклад, для новонародженої дитини ймовірність досягнення 60 років має тенденцію до зростання, завдяки успіхам медицини та гігієни. Сьогодні таких прикладів можна виявити у надлишку в економіці та фінансах: часові ряди індексів цін на акції, процентні ставки, валютні курси тощо. Такі випадкові явища розумно називати нестохастичними – випадковими у широкому розумінні за А. М. Колмогоровим [1]. Для їх вивчення, наприклад, розглядають залежність розподілів характеристик в часі, або сімейство розподілів [2]. Проблема полягає в тому, як без необґрунтованого припущення про наявність імовірнісної випадковості розумно діяти в умовах невизначеності.

Розглянемо систему рішень – структуру, що виникає завжди, коли той, хто приймає рішення, опиняється в ситуації (СПР), що вимагає вибору єдиного рішення з певної множини рішень U. Будь-яке рішення u з U в системі рішень тягне за собою деякий невизначений єдиний наслідок c з множини можливих C_u. Виділяють два типи СПР: параметричні та непараметричні. У разі параметричної ситуації можна визначити «об’єктивний» параметр, що спільно з рішенням обумовлює наслідок; у разі непараметричної ситуації цього зробити неможливо. Два типи СПР відповідають двом типам моделей цих ситуацій: матричній та лотерейній. Для аналізу непараметричної ситуації природно використовувати лотерейну модель, а для аналізу параметричної – матричну модель. Хоча на практиці непараметричні ситуації зустрічаються частіше, у теоретичних дослідженнях переважно розглядається матрична модель, особливо у зв’язку з очікуваною суб’єктивною корисністю [2; 3]. Таким чином, виникає необхідність детального розгляду питання про побудову матричної моделі непараметричної ситуації, що потребує побудови штучної множини станів природи [4].

Розглянемо систему керування аналогічно системі рішень та об'єкт керування. Припускатимемо, що вибір управління u з U здійснюється нами. Вибір впливу, що збурює, θ з множини Θ здійснюється «не нами». Зв'язуватимемо невизначеність у появі стану (θ, u) з механізмом вибору θ. Та будемо вважати, що розподіл P(θ) – це все, що нам відомо про параметр θ на момент вибору u. З функціонуванням об'єкта керування пов'яжемо обмежену знизу функцію L(θ, u), що визначає втрати при виборі рішення u з U, якщо значення параметра є θ. Таким чином, отримуємо байесівську систему керування (БСК). Вибір керування будемо проводити з метою зменшення середніх втрат. БСК називатимемо адаптивною, якщо у ній вибір керування здійснюється з урахуванням результатів стохастичного експерименту щодо уточнення значення θ. Кожен стохастичний експеримент у середньому зменшує (не збільшує) байесівський (тобто найменший) ризик (БР). Оскільки експеримент не впливає на поведінку параметра θ, це зменшення можна пояснити появою у результаті експерименту якоїсь додаткової інформації (зниженням рівня невизначеності). Функцією невизначеності (ФН) називається невід'ємна увігнута функція, задана на множині різноманітних розподілів ймовірностей випадкової величини θ. Виходячи з цього, у якості ФН може використовуватися і ентропія, і дисперсія, і ризик Байеса, і т. ін. Припустимо, що для деякої БСК потрібно вибрати один із двох експериментів. Нехай ці експерименти за вартістю приблизно однакові. Вважатимемо, що найкращий з цих двох експериментів той, який дає більший приріст невизначеності, взятий з від'ємним знаком. Для того, щоб вибрати з них найкращий, треба вимірювати невизначеність до і після проведення експерименту за допомогою деякої ФН. Можна показати, що різні ФН можуть призвести до різних рекомендацій щодо вибору серед цих експериментів [5]. Яка б не була система керування S, для того щоб функція ν(S, ·) мала на множині розподілів параметра θ дві властивості – дорівнювала нулю, коли розподіл зосереджено в одній точці; і була така, що за узгодженості ФН і БР найкращим із будь-якої пари експериментів виявлявся завжди той, який у середньому сильніше зменшував невизначеність, – необхідно і достатньо, щоб вона була представима з точністю до константи у вигляді різниці двох доданків [5]. Будь-яку функцію, яка задовольняє умову цього твердження, називатимемо функцією невизначеності, породженою системою керування. *Навпаки*, будь-яка невід'ємна увігнута (або неперервна увігнута) функція, що дорівнює нулю, коли розподіл зосереджено в одній точці, породжується деякою системою S = (Θ, U, L) як її функція невизначеності [5]. Встановлюватимемо відповідність між байесовською системою керування та її функцією невизначеності у зворотному порядку, спочатку задаючи спосіб вимірювання невизначеності.

Розглянемо стратегічне планування дій (правило для прийняття рішення) залежно від випадкового значення спостереження (для кожного результату експерименту). Нехай задані $L(\theta i, uj)$ – *невід'ємні* втрати для кожної комбінації j-ої дії (рішення) та i-ого стану параметра, та відомі ймовірнісні розподіли результатів спостереження в залежності від станів параметра. Тоді для деякої стратегії можна визначити розподіли ймовірностей Pij, $\sum_j Pij=1$, дій для різних станів параметра. Потім розрахувати значення середніх (математичного сподівання) втрат мішаної дії для кожного стану параметра.

Виникає питання, як співвідносяться байесівський ризик (точна нижня грань середніх (очікуваних) втрат (ризиків) по всім діям) та загальні середні (очікувані) втрати мішаних дій, якщо відомі ймовірності станів параметру Qi. Зауважимо, що в загальному випадку, умовні (залежні від стану параметра) ймовірності вибору відповідних дій, в загальному випадку, не однакові.

Дослідимо для наочності випадок трьох дій і трьох станів параметра. Доведення легко розповсюджується на ситуації більшої розмірності. Позначимо $Pk1$ – мінімальне значення з ймовірностей 1-ої дії по всім станам параметра, $Pl2$ та $Pm3$ мають аналогічний зміст для 2-ої та 3-ої дій (*k, l, m* можуть бути між собою як різними, так і однаковими). Для випадків $Pk1+Pl2+Pm3=1$; $Pk1+Pl2\geq1$; $-Pm3<Pk1+Pl2-1<0$ загальні середні (очікувані) втрати Z мішаних дій *не менше* байесівського ризику, за «довільних» ймовірностей станів параметра. Тобто за наведених вище умов, мішані дії не зменшують байесівський ризик, отриманий при чистих діях.

Можна показати, що при $Pk1+Pl2+Pm3<1$ загальні середні (очікувані) втрати Z мішаних дій можуть бути як *меншими,* так і *не меншими*, ніж байесівський ризик, отриманий при чистих діях.

За наявності тільки двох дій, міркуючи аналогічно, за умов $Pk1+Pl2\geq1$ мішані дії не зменшують байесівський ризик, отриманий при чистих діях. При $Pk1+Pl2<1$, за наявності тільки двох дій, загальні середні (очікувані) втрати Z мішаних дій можуть бути як *меншими,* так і *не меншими*, ніж байесівський ризик, отриманий при чистих діях.

Література:

1. Ivanenko V., Pasichnichenko I. Kolmogorov Consistency Theorem for Nonstochastic Random Processes. Sankhya: *The Indian Journal of Statistics*. 2019. Vol. 81-A. Part 2. P. 399-405.
2. Ivanenko V.I. Decision systems and nonstochastic randomness. New York : Springer, 2010. 272p.
3. Ivanenko V., Pasichnichenko I. Expected utility for nonstochastic risk. *Mathematical Social Sciences*. 2017. № 86. P.18-22. DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2016.12.005.
4. Иваненко В.И., Куц А.В., Пасичниченко И.А. К парамеризации лотерейной модели непараметрической ситуации принятия решений. *Кибернетика и системный анализ*. 2014. Том 50. № 2. С. 83-88.
5. Иваненко В.И. Неопределённость в стохастических системах управления. *Автоматика и телемеханика*. 1983. Выпуск 4. С. 50-57.