

## SECTION 1. CURRENT ISSUES OF MATHEMATICS

DOI <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-338-5-1>

### LORENTZ INSTABILITY MODEL FOR BIOCONVECTION

### МОДЕЛЬ НЕСТІЙКОСТІ ЛОРЕНЦА ДЛЯ БІОКОНВЕКЦІЇ

**Kovetska Yu. Yu.**

*PhD (physics and mathematics),  
Senior Research,*

*Institute of Engineering Thermophysics  
National Academy of Sciences  
Kiev, Ukraine*

**Ковецька Ю. Ю.**

*доктор філософії, старший  
науковий співробітник,*

*Інститут технічної теплофізики  
Національної академії наук  
України  
м. Київ, Україна*

На основі підходу Лоренца [1] розглянуто процеси нестійкості у пласкому двовимірному вертикальному шарі для біоконвективного руху гіротактичних мікроорганізмів. Використовуючи аналітичні та чисельні методи (рішення не наводяться через їх громіздкість) визначено межі різних гідродинамічних режимів. Проаналізовано особливості залежностей критичних чисел Рейля від числа Шмідта та параметра  $\alpha_0$ , що описує геометричну структуру мікроорганізмів.

1. В ході рішення отримано вираз для критичного числа Рейля  $Ra_{cr1}$ , яке характеризує виникнення монотонної нестійкості. Виявлено, що сфероподібна форма мікроорганізмів сприяє стабілізації умов стійкості біоконвекції. Проте вплив форми мікроорганізмів на поріг стійкості невеликий і становить близько 15%.

2. Знайдено критерій осцилюючої нестійкості  $Ra_{cr2}$ . В ході рішення проаналізовано характер залежності  $Ra_{cr2}$  від геометричної форми мікроорганізмів зі зростанням числа Шмідта  $Sc$ . При низьких значеннях  $Sc$  ця залежність має зростаючий характер. При подальшому збільшенні  $Sc$  функція вже має максимум. Далі, зі зростанням значень чисел Шмідта функція набуває спадного характеру.

3. Чисельне дослідження процесів у фазовому просторі після виникнення граничного циклу показало, що при біоконвекції, як і при термоконвекції, існують режими, що характеризуються виникненням дивного атрактора у фазовому просторі  $(X(Fo), Y(Fo), Z(Fo))$ . Виникнення дивного атрактора характеризується тим, що система починає описувати навколо одного з нестійких фокусів витки з амплітудою, що зростає у часі. Після кількох таких витків система раптово залишає цей режим і спрямовується до другого фокусу, починаючи описувати навколо нього витки по спіралі, що розкручується. Потім, здійснивши кілька витків, система перестрибує в околицю першого фокусу, і т. д. Проміжки часу, протягом яких система знаходиться в околиці кожного фокусу перш, ніж перестрибнути в околицю іншого, розподілені стохастично, і в цьому процесі немає ніякої закономірності, хоча він породжений детерміністичною системою, що розгортається в часі. Число витків, що описуються системою навколо кожного з двох фокусів, є випадковим і тому цілком непередбачуваним. Параметр  $Ra_{cr3}$  є критичним числом Рейля, що характеризує виникнення дивного атрактора. Відповідно до моделей [2, 3] параметр  $Ra_{cr3}$  можна інтерпретувати як критерій виникнення незатухаючих турбулентних пульсацій, тобто. критерій початку перехідного режиму руху. Розрахунки показали, що залежність  $Ra_{cr3}$  від геометричної форми мікроорганізмів носить монотонно зростаючий характер.

4. Далі відбувається виродження дивного атрактора та спостерігається цілком хаотичний рух, що відповідає режиму розвиненої турбулентності. Таким чином визначено четвертий критерій нестійкості  $Ra_{cr4}$ , значення якого можна інтерпретувати як межу, що відокремлює перехідний режим від режиму розвиненої турбулентності. Залежність  $Ra_{cr4}$  від  $\alpha_0$  є спадаючою. Це означає, що наближення форми організмів до сфероподібної зтягує розвиток турбулентності. Цей факт підтверджується ренормгруповим аналізом процесів біоконвекції [4].

#### Література:

1. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.* 1963. V. 20. P. 130–141.
2. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulence. *Commun. Math. Phys.* 1971. V. 20. P. 167–192.

3. Feigenbaum M. J. Quantitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations. *J. Stat. Phys.* 1978. V. 19. P. 25–52.

4. Авраменко А. А., Басок Б. И., Кузнецов А. В., Тыринов А. И. Турбулентная биоконвекция. *Доповіді НАН України*. 2008. № 1. С. 76–82.