

**MATHEMATICS AS A COMPONENT ASPECT
OF THE ECONOMIC DEVELOPMENT OF UKRAINE**

**МАТЕМАТИКА ЯК СКЛАДОВИЙ АСПЕКТ
ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ УКРАЇНИ**

Tetiana Obikhod¹

Elena Borodina²

DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-364-4-13>

Abstract. Providing growing economic needs is impossible without economic development. Economic development is associated with qualitative and structural changes in the economy, education, science, and culture. In accordance with the changes in society, the purpose of economic science also changes. There is a transition from observing the economy to influencing economic processes, their management, planning, forecasting, implementation of specific tasks at individual enterprises within certain terms in accordance with the general goals and interests of the national economy. The level of influence on economic phenomena varies from recommendations to specific methods of quantitative calculation, which provide an objective choice of an economic decision. Scientific management of economic processes can be carried out only on the basis of the application of precise mathematical methods in all spheres of the economy – from the distribution of minerals to the demand for consumer goods and household services, labor needs, planning of logistical tasks, etc. Therefore, *the subject* of the research is conducting mathematical modeling of an economic phenomenon, analysis of economic processes, using the *methodology* of economic-mathematical modeling and mathematical programming, with *the aim* of forecasting and studying one or another aspect of its development in the planning and management system, in information provision, in the possibility

¹ Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Fellow, Docent, Kyiv University of Market Relations, Ukraine

² Candidate of Economic Sciences, Docent, Vice-Rector for Scientific and Pedagogical Work, Kyiv University of Market Relations, Ukraine

taking into account the dynamics of economic processes. The study of various economic phenomena with the help of economic-mathematical models, which are a simplified description and take into account the most significant and determining factors of the studied phenomenon, involves the use of mathematics for a formal description of the most significant relationships between economic variables and objects: conclusions can be obtained by the *method* of deduction, which are adequate for the object under study; *methods* of mathematics and statistics make it possible to obtain new knowledge about the researched object; the use of mathematical terminology allows you to accurately and compactly express the statements of economic theory, formulate its concepts and conclusions. The analysis of previous studies shows that the problems of organizing the teaching of mathematical disciplines in higher educational institutions, taking into account modern requirements, were taken care of by scientists: I.P. Vasylychenko, L.P. Husak, G.Ya. Dutka, T.V. Krylova, O.V. Levchuk, L.I. Nichugovska, V.A. Petruk et al. The need to build a holistic methodology for the introduction of higher mathematics, the theory of probabilities and mathematical statistics, mathematical modeling and optimization of economic processes is the key task of the article on the use of economic and mathematical models for the development and implementation of optimal projects for the development of the production and services market. *Conclusion:* to solve effectively a wide class of problems with appropriate solution methods, covering various problems of development and functioning of real economic systems, it is convenient to develop economic and mathematical models, which, in combination with powerful, high-speed computing equipment and modern software products, will make up decision-making support systems in various sectors of the economy.

1. Вступ

Економіка – це економічна система, яка забезпечує задоволення потреб людей та суспільства в цілому задля підтримки життя людей, задоволення численних і постійно зростаючих потреб. Економічне життя пов'язане із соціальним, політичним, духовним життям і суттєво впливає на різні явища суспільного життя та суспільства в цілому. Цей висновок підтверджується наступними положеннями:

– існування суспільства неможливе без постійного виробництва матеріального багатства;

– соціальне виробництво і, перш за все, розвинений поділ трудових та власних відносин визначає зовнішній вигляд та розвиток його соціальної структури;

– економічні відносини активно впливають на політичне життя суспільства (вплив на роботу державного апарату, діяльність політичних партій тощо);

– у виробничому процесі створюються необхідні матеріальні умови для розвитку духовного життя суспільства.

Забезпечення зростаючих економічних потреб неможливо без економічного розвитку. Економічний розвиток пов'язаний із якісними та структурними змінами в економіці, освіті, науці, культурі. Відповідно до змін в суспільстві змінюється і мета економічної науки. Спостерігається перехід від спостереження за економікою до впливу на економічні процеси, їх управління, планування, прогнозування, реалізацію конкретних завдань на окремих підприємствах протягом певних термінів відповідно до загальних цілей та інтересів національної економіки. Рівень впливу на економічні явища змінюється від рекомендацій до конкретних методів кількісного розрахунку, які забезпечують об'єктивний вибір економічного рішення. В економіці набувають значення такі важливі економічні показники, як ціни, оренда, платежі за оренду та відсоток відсотків. Ці показники служать базою для економічних обчислень, побудови нових показників у своїй статистиці та динаміці.

Нові завдання та методи управління економікою викликали питання ефективної форми організації управління національною економікою. Зміни в цих формах пов'язані із покращенням управління, змінами в економіці, ускладненням економічних взаємозв'язків, новими можливостями та вимогами. Це пов'язано із вмінням застосовувати сучасні науково-технічні винаходи, вирішувати проблем екології, які пов'язані із корінними змінами в природному середовищі під впливом людської діяльності, використовувати нові можливості заміни природних ресурсів. Нові можливості виникають також із змінами в механізмі управління в умовах використання сучасних комп'ютерних технологій і комунікацій. **Новизна теми** полягає в більш широкому використанні сучасних математичних програм задля побудови економіко-математич-

них моделей, що демонструє зв'язок теорії з практикою, призводить до широкого застосування математичного апарату для дослідження економічних процесів і явищ, допомагає побудувати і спрогнозувати оптимальні моделі економічних ситуацій. **Актуальність** наукового підходу полягає в можливості вивченні зв'язків в економічних системах, необхідності відбору оптимального варіанту програми виробництва, капіталовкладень, постачання сировини і т. п. Вирішення таких завдань на основі економіко-математичних методів є неможливим без сучасного програмного продукту і його складової компоненти – математики. **Предметом** наведеного дослідження є проведення математичного моделювання економічного явища, аналізу економічних процесів із застосуванням методології економіко-математичного моделювання та математичного програмування з метою прогнозування та вивчення того чи іншого аспекту його розвитку при плануванні, управлінні, інформаційному забезпеченні, в можливості врахування динаміки економічних процесів. **Завданням** наведеного дослідження є вивчення різноманітних економічних явищ за допомогою економіко-математичних моделей, які є спрощеним описом і враховують найбільш суттєві та визначальні чинники досліджуваного явища: **методом дедукції** отримано висновки, адекватні досліджуваному об'єкту; **методи математики та статистики, математичне програмування** дали змогу отримати нові знання про досліджуваний об'єкт; використання математичної термінології дозволяє сформулювати положення економічної теорії та висновки.

2. Математичні методи як інструмент аналізу економічних явищ

Застосування економіко-математичних методів в господарюванні давно вже вийшло за рамки окремих підприємств і навіть великих виробничо-фінансових комплексів, якими є сучасні концерни. Практичні потреби економіки штовхають вчених до розробки математичних моделей функціонування всього господарства (макромоделей). Задля проведення соціально-економічних передбачень і обробки емпіричних даних фінансово-економічного змісту використовується математична економіка, яка оперує формально-математичними методами. Математичні методи є важливим інструментом для аналізу економіч-

них явищ та процесів, побудови теоретичних моделей, які дозволяють проявляти існуючі зв'язки в економічному житті, передбачити поведінку економічних утворень та економічної динаміки. Додатковий поштовх до використання кількісних методів аналізу дала розробка інформаційних технологій. Можливість обробки масивів емпіричної інформації дозволила перевірити теоретичні гіпотези щодо фактичних економічних даних.

Економіко-математичні моделі будуються для аналізу положень економічної теорії, обґрунтування економічних закономірностей, обробки і систематизації емпіричних даних. Наприклад, моделі міжгалузевого балансу використовують системи лінійних рівнянь, матричні моделі підприємств [1]. Лінійно-програмні моделі використовуються для вирішення задач раціоналізації перевезення вантажів (транспортна задача), вибору найкращих рішень в сільськогосподарському виробництві (симплексний метод), інвестування і розвитку промисловості (задачі динамічного та нелінійного програмування).

В економіко-математичних розрахунках для вираження випуску продукції через витрати різних факторів виробництва і для прогнозування розвитку економіки використовуються виробничі функції, а для аналізу економічних процесів, застосовуються моделі загальної економічної рівноваги, економічних процесів, прогнозування і планування.

До математичних методів, що застосовуються в економіці, належать теорія ймовірностей, математична статистика, оптимізація, диференціальні рівняння та інші галузі математики. Застосування математики в економіці дає змогу:

- розробляти точні моделі економічних процесів, та проводити їх математичний аналіз;
- досліджувати залежності між економічними показниками та явищами;
- оцінювати ефективність різних економічних стратегій та проводити їхню оптимізацію;
- робити прогнози розвитку економіки на основі математичних моделей та статистичних даних.

Економетрика, як окрема галузь економічної науки, використовує такі методи, як регресійний аналіз, аналіз часових рядів, структурні моделі і т. ін.

Окрім широкого застосування в економічних дисциплінах, математика також має застосування в юридичній науці. Економіка та право взаємодіють між собою, оскільки їх питання і проблеми часто перетинаються та мають взаємний вплив. Право регулює економічну діяльність, встановлює правила і норми, за допомогою яких підприємства, бізнес та інші економічні суб'єкти повинні діяти. Крім цього, право визначає права та обов'язки учасників економічних відносин, провадить захист від незаконних дій, встановлює порядок регулювання конфліктів тощо. З іншого боку, економічні фактори впливають на правову систему та регулювання економічних відносин. Зокрема, економічні процеси можуть змінювати правові норми, створювати потребу у їх адаптації та модифікації. Економічна активність може впливати на економічну політику держави та регулювання економічних процесів. Дослідженню економіки та права присвячено такі галузі науки як економічне право, право і економіка, корпоративне право, регулювання економіки та інші. У сучасному світі економічні та правові проблеми нерозривно пов'язані між собою, тому знання в області економіки та права є важливими складовими для розвитку суспільства та бізнесу.

Наведемо деякі з найбільш провідних галузей економіки:

1. Макроекономіка – вивчає питання, пов'язані з економічними процесами на рівні національного або глобального ринку, такі як національний дохід та зайнятість, інфляція, грошова політика та ін.

2. Мікроекономіка – вивчає поведінку окремих економічних суб'єктів, таких як підприємства, домогосподарства та інвестиційні фонди.

3. Фінансова економіка – вивчає фінансові ринки, інвестиції, кредити та інші фінансові питання.

4. Економіка праці – вивчає ринок праці, заробітну плату, безробіття та інші питання пов'язані з працею та робочою силою.

5. Міжнародна економіка – вивчає економічні відносини між країнами, торгівлю товарами та послугами, міжнародні фінансові ринки та ін.

6. Економіка розвитку – вивчає питання пов'язані з економічним розвитком країни, такі як індустріалізація, зміна економічного устрою та інвестиції в інфраструктуру.

7. Економіка інновацій – вивчає питання пов'язані з науковими відкриттями, нововведеннями та розвитком технологій, які впливають на економічний розвиток.

За допомогою математичних моделей і методів економісти і аналітики можуть передбачати зміни в економіці в умовах різних сценаріїв, наприклад, оцінку змін економічного росту, інфляцію, безробіття і інші впливові фактори економічного розвитку. Моделювання може також використовуватися для прийняття рішень щодо різних економічних і політичних заходів, в тому числі регулювання податків, політика цін і монетарна політика. Ключові питання економічної теорії:

- засоби забезпечення ефективного використання ресурсів;
- фактори впливу на зростання виробництва та доходів;
- ефективність економічної системи щодо розподілу ресурсів і доходів громадян;
- укладання договорів, фактори впливу на інфляцію;
- вплив макроекономічної політики на економічну стабільність і зниження ризиків;
- оцінка економічної ефективності проектів і інвестицій;
- технологічні чинники покращення ефективності виробництва і ресурсозбереження;
- вплив міжнародних організацій на економічний розвиток неможливо оцінити без математичного моделювання.

Математичне моделювання є важливим, оскільки дозволяє *ефективно прогнозувати та планувати використання ресурсів* на різних етапах проектування та розвитку бізнесу. Це допомагає визначити оптимальне рішення та стратегії досягнення поставленої мети з мінімальними витратами і максимальною ефективністю. Крім того, математичне моделювання дозволяє *оцінювати ймовірність успіху різних сценаріїв дій* та зменшувати ризики прийняття невдалих рішень. Це особливо важливо в умовах швидких змін у ринкових умовах і конкурентному середовищі. Моделювання дозволяє *розрахувати і оцінити різні параметри*, такі як потоки грошових коштів, рентабельність проекту і т.д. Основний метод математичного моделювання щодо інвестиційних проектів – *дисконтування грошових потоків*. Також для оцінки проектів інвестицій використовуються такі методи, як модель окупності інвестицій, внутрішня норма доходності, індекс доходності та ін.

До найбільш поширених математичних моделей економіки належать моделі споживання, моделі виробництва та моделі ринку. **Моделі споживання** в економіці використовуються для розуміння того, як

споживачі вибирають та розподіляють свої доходи між різними товарами та послугами. Ці моделі зазвичай засновані на теорії корисності та включають в себе елементи розрахунку вартості та процесів зміни пріоритетів споживача. **Моделі виробництва** в економіці використовуються для розуміння того, як виробництво товарів та послуг впливає на економіку. Знаючи виробничу функцію, яку можна визначити введенням ряду незалежних змінних в пакеті Mathematica, можна обчислити ефективність зміни виробництва при зміні незалежних даних. Ці моделі можуть бути використані для оцінки ефективності різних виробничих процесів та планування виробництва на майбутнє. **Моделі ринку** в економіці використовуються для розуміння того, як ринки працюють та як економічні фактори впливають на ціни та кількість товарів і послуг, що продаються. Ці моделі можуть допомогти в прогнозуванні змін на ринку, таких як збільшення або зменшення попиту на товари та послуги.

3. Історія математичного моделювання і етапи математичного дослідження

Математичне моделювання макроекономічних процесів пов'язане з такими вченими як Франсуа Кене (1694–1774) (праця «Економічні таблиці» (1758 р.)), Антуан Курно (1801–1877) («Дослідження математичних принципів історії багатства» (1838 р.)), У. Джевонс (1835–1882) («Короткий опис загальної математичної теорії політичної економіки» (1862 р.)), Г. Гессен (1810–1859), Л. Вальрас (1834–1910), К. Менгер (1840–1921), Ф. Візер (1851–1926), Г. Кассель (1866–1944), Ф. Еджуорт (1845–1926), В. Парето (1848–1923), В. Дмитрієв (1868–1913), Є. Слуцький (1880–1948) та ін. Першим професором економіки, який переніс економіку на математичний рівень був Альфред Маршалл (1842–1924). В своєму підручнику «Про принципи економіки» (1882 р.) він розглянув математику як засіб спростити економічне міркування.

Виникнення теорії виробничих функцій щодо впливу капіталу та трудових ресурсів на обсяг виробленої продукції (1928 р.), які широко застосовуються в науковій літературі до цього часу, пов'язано з американськими вченими Ч. Коббом та П. Дугласом (стаття «Теорія виробництва»). В 1932 р. з'явилася багатосекторна модель розшире-

ної економіки Джона фон Неймана, одного з творців теорії ігор, яка вивчає ухвалення оптимальних рішень (спільна з О. Моргенштерном праця «Теорія ігор і економічна поведінка»). Робота Дж. М. Кейнса «Загальна теорія зайнятості, відсотка і грошей», яка присвячена кейнсіанському напрямку в розвитку економічної науки, стала поштовхом до нових моделей економічного росту Е. Домара (1914–1997) і Р. Хоррода (1900–1978). Монетарна теорія макроекономічного моделювання, яка розроблена М. Фрідманом (1912–2006), є розширенням і доповненням теорії Кейнса, однак, ґрунтується на дещо інших засадах.

Об'єктом для застосування кількісних методів дослідження можуть бути мікроекономіка, макроекономіка, окремі складові моделей економічної діяльності. Моделлю може бути матеріальний об'єкт або його абстрактне представлення із здатністю дослідження його властивостей і отримання більш повної інформації. Складові процесу моделювання зображено на рис. 1.

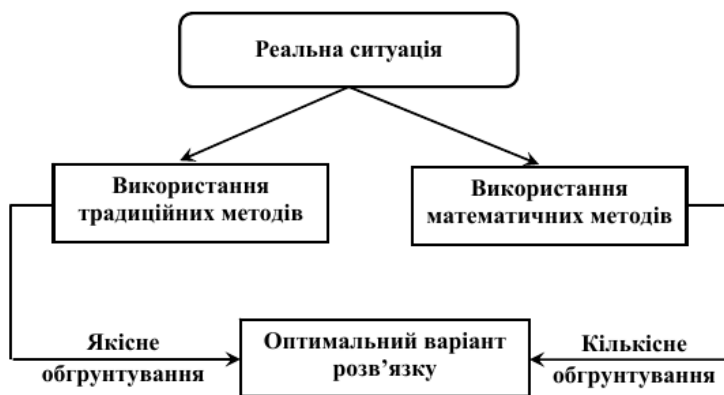


Рис. 1. Основні складові процесу моделювання

Джерело: [2]

Зростаючі потреби населення потребують перетворення традиційних галузей економіки на галузі з використанням проривних технологій, які підвищують продуктивність праці та призведуть до зростання капіталізації. Для цифровізації економіки необхідна розробка аналітичної платформи, на якій реалізуватимуться інформаційні техноло-

гії, де вирішальне слово залишається за економістами-математиками. Процес створення аналітичної платформи вимагає економіко-математичних моделей та економіко-математичного моделювання. Економіко-математичні моделі розвивалися у двох основних напрямках. Розробники першого напряму займалися описом економічних систем для аналізу та прогнозування, заснованого на екстраполяції. Вони пішли шляхом ускладнення використовуваного математичного апарату, збільшення кількості параметрів моделей, у тому числі, що задаються екзогенно. Розробники іншого напряму пішли шляхом все більш повного відображення в моделі дії об'єктивних економічних законів та прагнення до створення економічної кіберсистеми, що передбачає використання сучасних ІТ в економіці як інструменту ефективного управління та переведення його на якісно новий рівень. Глобальні економічні кризи призвели до висновку, що розробка та використання прихильниками монетарних теорій економіко-математичних моделей не дають бажаних результатів. Зростання ролі управлінських структур, інформації, нових функцій призводить до некерованого процесу, а автоматизація інформаційного поля є ключем до ефективності управління економікою. Абстрактні теоретичні побудови повинні бути замінені принципово новими методами та моделями, що дозволяють упорядкувати інформаційні потоки та підвищити якість управлінських рішень. Нові технічні засоби призводять до стрімких технологічних проривів у таких сферах, як робототехніка, нанотехнології, штучний інтелект та інших.

Починаючи з 1980 років до економічних моделей почали застосовувати наукові теорії і методи візуалізації задля економічного розвитку підприємств [3]. Моделі економіки часто мають справу із так званою «чорною скринькою», коли є тільки вхідні і вихідні дані, але керівні процеси залишаються невідомими, тобто, проводиться лише аналіз ланцюгових змін, аналіз ефектів, і відповідне коригування промислової структури. Тому важливою проблемою є проведення більш глибоких досліджень того, як встановити зв'язок і певні закономірності між входом і виходом набору економічних змінних [4]. В цьому аспекті дуже зручним апаратом-аналізатором є математика, яка дозволяє використовувати наявні знання для більш легкого, швидкого та ефективного вирішення практичних завдань. Інструментом для

опису та обчислення взаємозв'язків, що виникають внаслідок змін у природі економічних речей та явищ є математичні моделі, які можуть конкретизувати абстрактні, не кількісні проблеми [5; 6]. Застосування математичних моделей для візуалізації економічних змінних є необхідним для відображення основних характеристик та внутрішніх законів речей, природи проблеми, або опису речей. Це вимагає уваги як до реальної ситуації, так і до розуміння тенденції розвитку самого наукового знання.

Математичні моделі як ефективний метод можуть бути використані для вирішення деяких складних задач з економічними змінними, які широко використовуються в багатьох галузях [7]. Сучасна математизація допомагає зрозуміти та проаналізувати проблеми, причини та перспективи розвитку складних систем. У традиційних математичних моделях зазвичай вивчають зв'язок між змінними та характеристиками внутрішньої структури змінних, що ігнорує тенденції зміни стану. Проте сучасна візуалізація може допомогти дослідникам глибше зрозуміти та проаналізувати проблеми, причини та перспективи розвитку складних систем [8; 9]. Економічні дані є основою для побудови моделі візуалізації. У процесі її побудови необхідно класифікувати досліджувані змінні, а потім проаналізувати взаємозв'язки та внутрішні логічні зв'язки між цими показниками. Наприклад, для ознаки виробництва, собівартості продукції існує одна функція, а для ознаки споживчого попиту – інша функція, корисність. Ці два набори коефіцієнтів регресії використовуються для визначення економічного розвитку, що дозволяє розробляти відповідну політику. Наукова візуалізація включає три аспекти:

- перший полягає в визначенні існування великої кількості факторів в об'єктивному світі;
- другий – розробка абстрактного узагальнення відповідної системи процесів або явищ;
- третій – опис природи та явищ, що беруть участь у процесі суспільного розвитку, а також їх взаємозв'язків та взаємодію. Модель дослідження, заснована на візуальному аналізі, показана на рис. 2.

Необхідно звернути увагу на деяких аспектах математичного дослідження:



Рис. 2. Етапи моделі математичного дослідження

1. Математичне моделювання пов'язано не з традиційним підходом в економіці, коли змінну можна виразити простою формулою, а з використанням більш складних функціональних залежностей.

2. Математичні методи вдосконалюються для застосування в реальному житті, перетворюючи реальні дані на складові систем побудованих із однорідних елементів, які можна використовувати для обчислення в рамках відповідних математичних методів.

4. Математична модель виробничої функції

Організація виробничого процесу пов'язана із факторами виробництва певної кількості. Взаємозв'язок між витратами і випуском продукції надає функція виробництва, яка відображає закон щодо існування відповідного числового співвідношення між виробничими витратами і обсягом готової продукції. Тому така функція є зручною для визначення ефективності способу виробництва і широко застосовується як в макро-, так і в мікроекономічному аналізі. В макроекономіці розраховують агрегатну функцію. На мікрорівні створюються тисячі функцій виробництва, оскільки кожне підприємство має свою виробничу функцію. Їх застосування пов'язано із такими вченими, як П. Дуглас, Р. Солоу, Е. Денісон, Я. Тінберген.

Виробнича функція – це математичний опис кількісного співвідношення між факторними витратами, випуском продукції та технологічним прогресом у виробничому процесі. Виробничу функцію можна використовувати для опису явища або процесу промислового виробництва. При дослідженні макроекономічних проблем виробничий процес можна також описати, розглядаючи всю економічну систему як цілісне

підприємство. Такий підхід широко використовується в дослідженнях економічної теорії, моделюванні виробництва, вимірюванні технічного прогресу, аналізі виробничих потужностей та економічному прогнозуванні. Починаючи з 1928 року, коли дослідниками була запропонована виробнича функція, економісти приділяли велику увагу виробничій функції. Моделі виробничої функції включають виробничу функцію Кобба-Дугласа, постійну еластичність виробничої функції заміщення, змінну еластичність виробничої функції заміщення та трансцендентну логарифмічну виробничу функцію [10].

Практичне використання виробничих функцій в економічному аналізі має глибоку математичну основу. Основними підходами до досліджень методів прогнозування є:

1. Перший розрахунковий підхід, який базується на обчисленні трудових ресурсів, продуктивності праці. Для опису виробничих функцій як інструменту прогнозування обсягів виробленої продукції, аналізу ефективності факторів виробництва широко використовуються основні елементарні функції. Так, залежність між витратами на виробництво товару і його вартістю, яка є однофакторною виробничою функцією може бути представлена:

1) лінійною функцією типу $y = a_1x + a_0$, де y – витрати на виробництво, x – обсяг випуску продукції, a_1x і a_0 – умовно-змінні і умовно-сталі витрати, відповідно, як наведено на рис. 3;

2) гіперболічна залежність широко використовується, наприклад при моделюванні залежності витрат (y) на одиницю продукції від об'єму виробництва (x), $y = a_0 + a_1/x$ ($a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $x > 0$), рис. 4. Тобто, із збільшенням обсягу виробництва витрати спадають і прямують до сталої величини a_0 .

3) експоненціальна залежність виробничої функції, $y = a_0 e^{ax}$ ($a_0 > 0$, $a > 0$, $x > 0$), рис. 5.

Вигляд функції може вказувати на часову зміну виробничої функції, коли на початку часу, при $x \rightarrow 0$, $y \rightarrow a_0$. Така залежність може відображати тенденцію зростання виробництва продукції з часом після втілення в виробництво новітніх технологій (фактор a). Чим більше коефіцієнти $a_0 > 0$, $a > 0$, тим швидше зростає виробнича функція.

2. Другий підхід будується на оцінках тенденцій зміни інтегрованих економічних показників, який використовує як існуючі дані, так

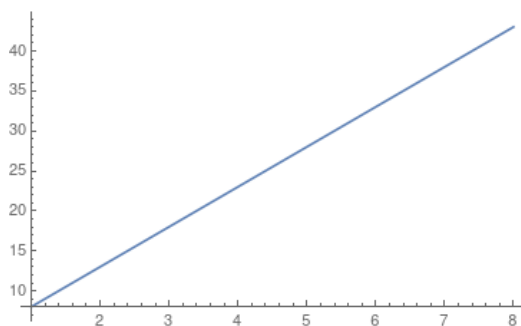


Рис. 3. Лінійна залежність виробничої функції

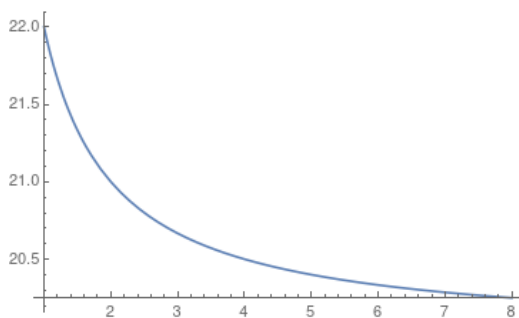


Рис. 4. Гіперболічна залежність виробничої функції

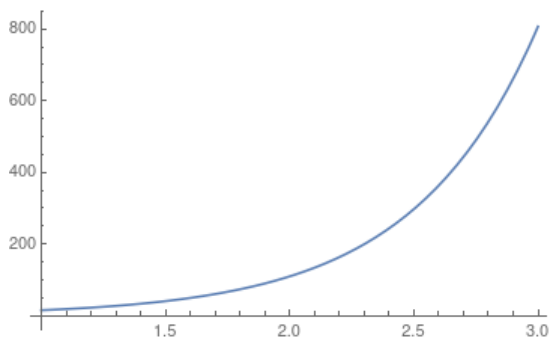


Рис. 5. Експоненціальна залежність виробничої функції

і прогнози щодо подальшого розвитку різних галузей економіки. За допомогою графічного редактора пакетних програм типу Wolfram Mathematica v.12.0 для аналізу даних є можливість представляти такі інтегровані показники у вигляді гістограм, рис. 6.

```
data = {{1, 3, 4, 5, 6}}
```

```
BarChart[data]
```

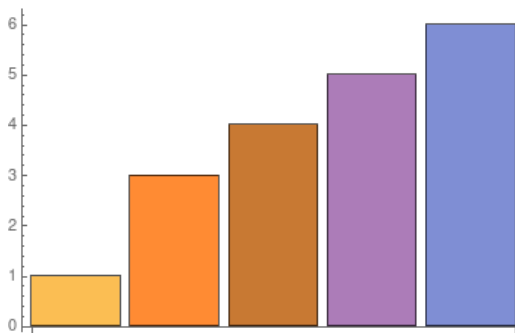


Рис. 6. Приклад побудови гістограми для опису набору даних

3. Третій динамічний підхід, використовує багатофакторні економіко-математичні моделі (кореляційно-регресійний аналіз). Моделювання проводиться з використанням інформаційної бази даних. Сутність прогнозу зводиться до визначення і прогнозування руху виробництва залежно від зміни певних показників, пов'язаних із сировиною, капіталом, людськими ресурсами тощо. В цьому аспекті одним з найпоширеніших методів аналізу і моделювання вимірюваних даних є регресійний аналіз. Параметри моделі регресії як функції незалежної змінної налаштовані таким чином, що модель приносить найкращі дані. Критерієм якості знайденої моделі є величина середньоквадратичної похибки. Застосування пакетних програм типу Wolfram Mathematica v.12.0 задля аналізу даних, їх апроксимації різними видами функцій є одним із перспективних напрямків в економетриці. Оскільки, як правило, певна залежність встановлюється великою кількістю підрахунків і її дані засмічуються випадковими помилками вимірювання, виникає потреба у використанні регресії як типу наближення або методу найменших квадратів. Ця функція у вузлових точках не дає точного зна-

чення ординат, а мінімізує помилки обчислень. Розглянемо окремий приклад даних і їх опис лінійною і квадратичною функціями, де використовується функція `Fit`, рис. 7. Спочатку вводяться дані, наприклад:

```
data = {{1, 3}, {5, 7}, {4, 6}, {8, 9}, {2, 8}, {1, 5}, {12, 33}, {11,15}}
```

Потім за допомогою `Fit` вводиться лінійна

```
p1[x] = Fit[data, {1, x}, x]
```

```
g1 = Plot[p1[x], {x, 0, 18}]
```

або квадратична залежність

```
p2[x] = Fit[data, {1, x, x^2}, x]
```

```
g2 = Plot[p2[x], {x, 0, 18}]
```

Потім об'єднуємо графіки разом із даними на одному рисунку

```
gd = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.03]}]
```

```
Show[g1, g2, gd, PlotRange -> {-3, 44}]
```

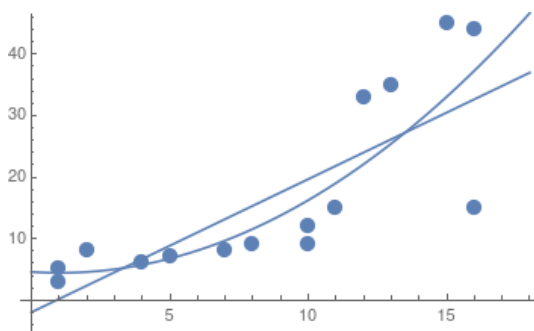


Рис. 7. Лінійна і квадратична регресійні залежності разом із пакетом даних

Відповідно до наведених даних можна зробити висновок про кращий вид апроксимації квадратичною функцією. Тобто, ми бачимо, що регресія полягає у знаходженні параметрів деякої функції регресії, при якій графік функції проходить в «хмарі» вузлових точок, забезпечуючи найменшу середньоквадратичну похибку обчислень. У цьому полягає спосіб найменших квадратів. Окрім лінійного і квадратичного опису даних, можна використовувати кубічні і т.д. залежності, наприклад (рис. 8):

```
data = {{1, 3}, {5, 7}, {4, 6}, {8, 9}, {2, 8}, {1, 5}, {12, 33}, {11,15}}
```

```
p1[x] = Fit[data, {1, x, x^2, x^3, x^4}, x]
```



```
g1 = Plot[p1[x], {x, 1, 18}]
gd = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.03]}]
Show[g1, gd, PlotRange -> {0, 35}]
```

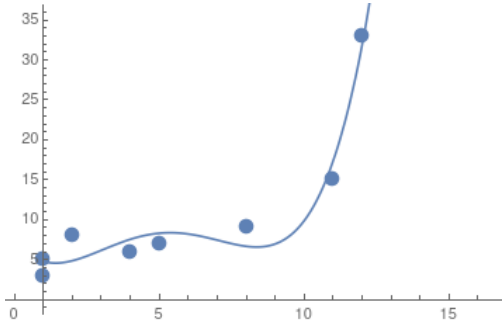


Рис. 8. Регресійна залежність при збільшеному ступені поліному

Використання методу лінійної регресії є дуже зручним в комплексному аналізі економетрики. Продемонструємо застосування цього методу на конкретному прикладі із використанням довірчого інтервалу, рис. 9.

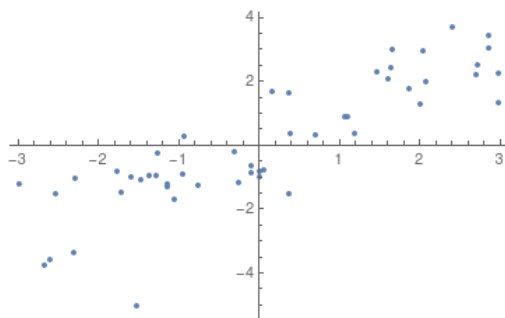
```
In1=Predict[{5, 2, 3, 4} -> {1.3, 2.4, 3.6, 9}, Method -> "LinearRegression"]
```

```
In2=PredictorInformation[p]
```

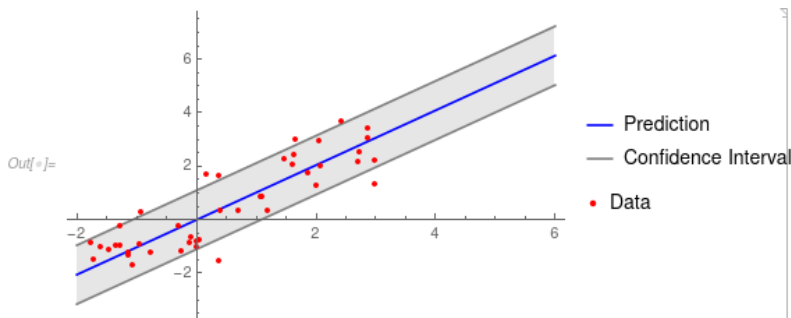
```
In3=data = Table[x -> x + RandomVariate[NormalDistribution[]], {x, RandomReal[{-3, 3}, 50]}; ListPlot[List @@@ data]
```

```
In4=Show[Plot[{ p[x], p[x] + StandardDeviation[p[x], "Distribution"]], p[x] - StandardDeviation[p[x], "Distribution"]], {x, -2, 6}, PlotStyle -> {Blue, Gray, Gray}, Filling -> {2 -> {3}}, Exclusions -> False, PerformanceGoal -> "Speed", PlotLegends -> {"Prediction", "Confidence Interval"} ], ListPlot[List @@@ data, PlotStyle -> Red, PlotLegends -> {"Data"}]
```

2. Четвертий підхід ґрунтується на аналізі тенденцій змін (наприклад, виробництво продукції, врожайність зернових) по різних галузях економіки, або в одній галузі по роках і реалізується у вигляді частин різного часового проміжку з загального набору даних за повний часовий відрізок. Він є зручним для аналізу різних галузей мате-



а)



б)

Рис. 9. Демонстрація застосування: а) лінійної регресії разом із б) прогнозованими значеннями та стандартним відхиленням

ріального виробництва. Розрахунки необхідно проводити окремо в кожній галузі економіки. Тому робота зі шматочними функціями є актуальною в питанні аналізу різних процесів задля економічного управління. Так, можна будувати їх графіки, диференціювати, інтегрувати, виконувати різні символічні перетворення, обчислювати їх числові значення тощо. Рис. 10 показує завдання шматкової функції rw з трьох ділянок, побудову графіка функції, диференціювання і потім інтегрування функцій.

Таким чином, використання чотирьох наведених підходів є зручним і ефективним методом аналізу і прогнозування, моделювання і

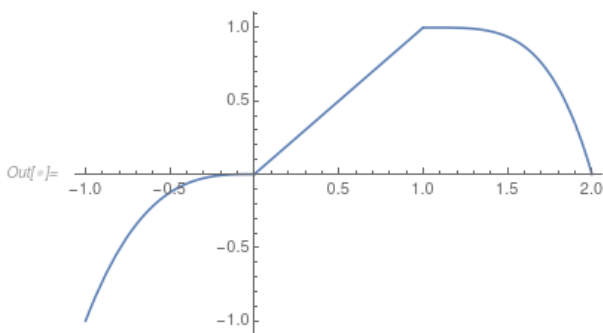
```
In[ ]:= pw = Piecewise[{{x^3, x <= 0}, {x, 1 > x >= 0},
    {-(x - 1)^4 + 1, x >= 1}}]
```

```
Out[ ]:= 
$$\begin{cases} x^3 & x \leq 0 \\ x & 1 > x \geq 0 \\ 1 - (-1 + x)^4 & x \geq 1 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

```

```
In[ ]:=
```

```
Plot[pw, {x, -1, 2}]
```



```
In[ ]:=
```

```
D[pw, x]
```

```
Out[ ]:= 
$$\begin{cases} 3x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ 4 - 12x + 12x^2 - 4x^3 & x > 1 \\ \text{Indeterminate} & \text{True} \end{cases}$$

```

```
In[ ]:= Integrate[%, x]
```

```
Out[ ]:= 
$$\begin{cases} x^3 & x \leq 0 \\ x & 0 < x \leq 1 \\ 1 - (-1 + x)^4 & \text{True} \end{cases}$$

```

Рис. 10. Приклад роботи зі шматковою функцією

знаходження причинно-наслідкового зв'язку між ендогенними і екзогенними змінними. При цьому можна класифікувати економічний зміст завдання і математичний метод наступним чином:

- розрахунки пов'язані із процентами, прибутковістю – використання рівнянь, функцій, графіків;
- оцінка економічної ситуації пов'язана із визначенням істини або хибності інформації – використання логістичного підходу;
- вибір оптимальних рішень економічних завдань – лінійне програмування;
- обробка випадкових або статистичних економічних даних – теорія ймовірностей і математична статистика.

5. Висновки

Сучасне наукове управління економічними процесами може бути здійснено тільки на основі застосування точних математичних методів у всіх сферах економіки, від добутку корисних копалин до попиту на товари широкого вжитку, побутові послуги, потреби в сталому чи змінному капіталі, вирішення логістичних задач тощо. Вивчення різноманітних економічних явищ за допомогою економіко-математичних моделей, які є спрощеним описом і враховують найбільш суттєві та визначальні чинники досліджуваного явища, передбачає використання математики для формального опису найбільш істотних зв'язків між економічними змінними та об'єктами. Теорія та практика управління логістичними системами вимагають залучення різних методів створення систем прогнозування, контролю і оперативного управління матеріальними потоками. Одним з необхідних і успішно реалізованих напрямів вирішення поставлених завдань є математичне моделювання матеріальних потоків, що здійснюється відповідно до комплексної концепції керуючих рішень. Тому для вирішення широкого класу задач із відповідними методами розв'язування, що охоплюють різноманітні проблеми розвитку і функціонування реальних економічних систем, є зручною розробка економіко-математичних моделей, які в поєднанні з потужною, швидкодіючою обчислювальною технікою і сучасними програмними продуктами складатимуть системи підтримки прийняття рішень у різних галузях економіки. Успішний розвиток економічного життя, оцінка інвестиційних вкладень і рентабельності виробництва, а також швидкість прийняття рішень і оперування реальними даними може бути реалізовано тільки із включенням математичних методів, термінології і моделей для майбутнього розвитку української еконо-

міки. Тому перспективи полягають в подальшому розвитку і всебічному втіленні економіко-математичних методів і сучасних програм в економічне життя України.

Список літератури:

1. Матрична модель вибору стратегій розвитку підприємства. URL: <https://studfile.net/preview/2912481/page:13/>
2. Економіко-математичне моделювання : навчальний посібник / за ред. О. Т. Івашука. Тернопіль : ТНЕУ «Економічна думка», 2008. 704 с.
3. X. Zhu, Bo Sun, and Y. Luo. Interactive learning system «VisMis» for scientific visualization course. *Interactive Learning Environments*. 2018. Vol. 26. No. 4. P. 23–37.
4. J. Salgado, J. Ramirez-álvarez, and D. Mancheno. An input–output ex ante regional model to assess the ShortTerm net effects of the 16 april 2016 earthquake in Ecuador. *International Journal of Disaster Risk Science*. 2021. Vol. 12. No. 04. P. 510–527.
5. DeS. Yang. Application of mathematical modeling in economics. *International Journal of Education and Teaching Research*. 2020. Vol. 1. No. 2. P. 27–36.
6. Economic and mathematical model for size and structure optimisation of predator and prey populations. *International Journal of Recent Technology and Engineering*. Vol. 8. No. 4. P. 19–32, 2019.
7. K. V. Ryabinin and M. A. Kolesnik. Automated creation of cyber-physical museum exhibits using a scientific visualization system on a chip. *Programming and Computer Software*. 2021. Vol. 47. No. 3. P. 19–20.
8. J. Yan, K. Karen, K. Kyle, and N. Douglas. CFD visualization in a virtual reality environment using building information modeling tools. *Buildings*. 2020. Vol. 10. No. 12. P. 21–29.
9. Y. Xia and H. ZAn. Projection pursuit auto-regression in time series. *Journal of Time Series Analysis*. 1999. Vol. 20. No. 6. P. 693–714.
10. X. Lin, N. Wang, A. H. Welsh, and R. J. Carroll. Equivalent kernels of SmoothingSplines in nonparametric regression for clustered/longitudinal data. *Biometrika*. 2004. Vol. 91. No. 1. P. 177–193.

References:

1. Matrychna model vyboru stratehii rozvytku pidpryemstva. Available at: <https://studfile.net/preview/2912481/page:13/>
2. Ekonomiko-matematychnye modeliuvannia: navchalnyi posibnyk (2008) / za red. O.T. Ivashchuka. Ternopil: TNEU «Ekonomichna dumka», 704 p.
3. X. Zhu, Bo Sun, and Y. Luo (2018). Interactive learning system "VisMis" for scientific visualization course. *Interactive Learning Environments*, vol. 26, no. 4, pp. 23–37.
4. J. Salgado, J. Ramírez-álvarez, and D. Mancheno (2021). An input–output ex ante regional model to assess the ShortTerm net effects of the 16 april 2016

earthquake in Ecuador. *International Journal of Disaster Risk Science*, vol. 12, no. 04, pp. 510–527.

5. DeS. Yang (2020). Application of mathematical modeling in economics. *International Journal of Education and Teaching Research*, vol. 1, no. 2, pp. 27–36.

6. Economic and mathematical model for size and structure optimisation of predator and prey populations (2019). *International Journal of Recent Technology and Engineering*, vol. 8, no. 4, pp. 19–32.

7. K. V. Ryabinin and M. A. Kolesnik (2021). Automated creation of cyber-physical museum exhibits using a scientific visualization system on a chip. *Programming and Computer Software*, vol. 47, no. 3, pp. 19–20.

8. J. Yan, K. Karen, K. Kyle, and N. Douglas (2020). CFD visualization in a virtual reality environment using building information modeling tools. *Buildings*, vol. 10, no. 12, pp. 21–29.

9. Y. Xia and H. Zan (1999). Projection pursuit auto-regression in time series. *Journal of Time Series Analysis*, vol. 20, no. 6, pp. 693–714.

10. X. Lin, N. Wang, A. H. Welsh, and R. J. Carroll (2004). Equivalent kernels of Smoothing Splines in nonparametric regression for clustered/longitudinal data. *Biometrika*, vol. 91, no. 1, pp. 177–193.