

**THE INFLUENCE OF HETEROGENEOUS MEDIUM
MICROSCOPIC PROPERTIES ON PREDICTING
MACROSCOPIC PROPERTIES OF MASONRY**

**ВПЛИВ МІКРОСКОПІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ
НЕОДНОРІДНОГО СЕРЕДОВИЩА
НА ПРОГНОЗУВАННЯ МАКРОСКОПІЧНИХ
ВЛАСТИВОСТЕЙ КАМ'ЯНОЇ КЛАДКИ**

Dmytro Usenko¹

Iryna Usenko²

Veniamin Soloviev³

DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-436-8-2>

Abstract. The key aspects of the microscopic description of structurally inhomogeneous media are considered. This makes it possible to evaluate the macroscopic properties of stochastic multicomponent materials using statistical methods and distribution functions of local effective indicators and is important for predicting the behavior of structurally heterogeneous building materials under various conditions. It also allows us to develop new approaches to the creation and use of new materials in the future and their optimization for various applications.

Studies of macroscopic and microscopic aspects of dislocations and strains in brick and mortar are described. The influence of these phenomena on the mechanical properties and strength of building structures made of masonry has been studied. Two main types of dislocations are considered – edge and screw, as well as the relationship with macroscopic deformations of the structure of stone materials. Using elasticity theory and brittle fracture mechanics, the mechanical behavior of masonry structures under different

¹ Ph.D. of Building and Civil Engineering, MPhys,
Associate Professor of the Department of Chemistry and Physics,
National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Ukraine

² Ph.D. of Engineering Sciences,
Associate Professor of the Department of Construction and Civil Engineering,
National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Ukraine

³ Dr.Sc. (chem.), Professor, Head of the Department of Chemistry and Physics,
National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Ukraine

loading conditions is analyzed to establish the relationship between stress, strain and strength of masonry. Various ways of calculating the strength of elements and structures are also considered, taking into account the macroscopic and microscopic aspects of dislocations and deformations, and it is proposed to use the results obtained to predict the behavior of masonry structures as a result of the application of a load.

The results of the study of the mechanism of dislocation propagation in masonry at the microscopic level are important research in the field of industrial and civil engineering. This will help to better understand the interaction of materials under external loading and optimize masonry installation processes to improve its strength and durability.

Research and development in the construction and civil engineering industry is improving the design and efficiency of stone materials. Microscopic and macroscopic aspects of dislocations and deformations in masonry play an important role in increasing the strength and understanding the mechanical properties of building structures.

The characteristic dimensions of the component sections of the masonry should be much larger than the molecular kinetic dimensions, but, at the same time, much smaller than the distances at which the averaged state parameters change noticeably. The main aspects of the influence of the microscopic properties of a heterogeneous medium on predicting the macroscopic properties of masonry are considered. Important for understanding and predicting the behavior of structurally inhomogeneous materials under different conditions is the assessment of the macroscopic properties of stochastic multicomponent materials using statistical methods and distribution functions of local effective indicators. Taking this into account makes it possible to develop new approaches to the design and optimization of building materials for various applications.

Research into the mechanism of dislocation propagation in masonry provides valuable scientific basis for the development of more efficient installation methods and improved strength properties. This is an important contribution to the construction industry, helping to create stronger, more resilient and longer-lasting building structures. The propagation of dislocations is significantly influenced by the cementitious material, laying methods, and the shape and geometry of masonry elements. The optimization of these factors will reduce the risk of damage and improve the strength characteristics of structures, and, as a result, will lead to the

creation of more effective methods for constructing and strengthening buildings and structures. The results described in this monograph allow the development of new materials with improved deformability and load adaptation. This may include the use of composite materials or modification of bonding materials to improve their strength properties. An important aspect is the development of methods for monitoring and diagnosing the condition of masonry. New methods based on the study of dislocations will make it possible to quickly identify damage and take measures to prevent or repair it, which contributes to the safety and stability of buildings.

1. Вступ

Початкові дослідження у галузі механіки структурно-неоднорідних середовищ були спрямовані на вивчення ефективних механічних характеристик матеріалів мікронеоднорідності шляхом застосування правила механічного змішування. У 1946 році І. М. Ліфшиць та Л.М. Розенцвейг [15, с. 967–980] висунули ідею розрахунку макроскопічних властивостей полікристалів, вирішуючи стохастичні крайові завдання. Цей підхід був подальше розвинутий видатними науковцями у галузі сучасної механіки композитних матеріалів зі стохастичною структурою, такими як В. А. Ломакін [16, с. 512], Л. П. Хорошун [5, с. 86–90], Т. Д. Шермергор [6, с. 400], Г. А. Ванін [7, с. 304], М. Беран [8, с. 493], і багатьма іншими. На сьогоднішній день було досягнуто значних результатів у прогнозуванні ефективних властивостей, включаючи лінійну та нелінійно-пружні характеристики, пружно-пластичні і в'язкопружні властивості, а також процеси деформації та руйнування структурно-неоднорідних матеріалів [12, с. 46–53].

У математичному моделюванні процесів у таких матеріалах зручно використовувати концепцію мікронеоднорідного середовища [8, с. 493], яка дозволяє враховувати існування чітких меж між складовими елементами структури з різними властивостями.

2. Дослідження механізму поширення дислокацій у кам'яній кладці на мікроскопічному рівні

Пружні деформації в кристалі можуть бути пов'язані не тільки з впливом на нього зовнішніх сил, але і за наявності в ньому внутрішніх дефектів структури. Основний вид таких дефектів, суттєвий для меха-

нічних властивостей кристалів є так звані *дислокації*. Буде розглянуто мікро- і макроскопічні аспекти цього явища з точки зору теорії пружності. Дислокації, як лінійні дефекти структури, впливають на розподіл деформацій та напружень у матеріалі. Макроскопічні аспекти дислокацій можуть бути описані за допомогою певних моделей [20, с. 229–240].

Одним з типів дислокацій є крайова дислокація, яка представляє собою додаткову напівплощину в атомарній решітці [15, с. 967–980]. Ця дислокація викликає спотворення структури решітки навколо себе, але подаль від дислокації атомарні площини замикаються одна з одною майже правильним чином. Розподіл деформацій від цієї дислокації може бути описаний в площині xOy вздовж замкнутого контуру навколо початку координат. При обході цього контуру вектор зміщення вузлів буде мати приріст, рівний одному періоду вздовж осі x . Деформація існує, однак, і подаль від дислокації. Вона виявляється при обході в площині xOy , по вузлах решітки вздовж замкнутого контуру навколо початку координат: якщо визначати вектором u зміщення кожного вузла від його положення в ідеальній решітці, то повний приріст цього вектора при обході буде відмінним від нуля і дорівнюватиме одному періоду вздовж осі x .

Інший тип дислокацій – гвинтова дислокація, що утворюється в результаті «розрізу» решітки напівплощиною. Після розрізу частини решітки обидві частини розрізу зрушуються назустріч та уздовж одна

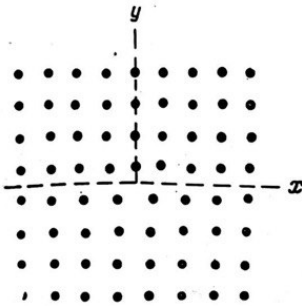


Рис. 1. Поперечний переріз кристалічної решітки при крайовій дислокації

Джерело: [15, с. 967–980]

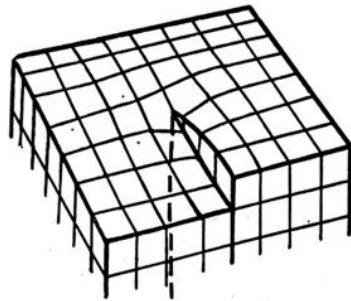


Рис. 2. Аксонометричне зображення гвинтової дислокації

Джерело: [15, с. 967–980]

одної, на один період, паралельно краю розрізу. Гвинтова дислокація перетворює площини в решітці на гелікоїдальну поверхню. При обході навколо лінії дислокації, вектор зміщення вузлів отримує приріст на один період паралельно осі гелікоїдальної поверхні.

Цеглу можна розглядати як полікристалічний матеріал. При виробництві цегли глина піддається випалюванню, що призводить до утворення кристалічної структури. Кожен кристал складається з атомів і молекул, формуючи впорядковану решітку. Між кристалами існує простір, на межі якого структура може змінюватися. Таким чином, цегла має полікристалічну мікроструктуру, яка визначає її механічні та фізичні властивості [17, с. 264–277].

Для механічних властивостей кладки значну роль відіграють макроскопічні аспекти дислокацій. До уваги варто брати структуру цегли, розчину та контакту між ними. При обході по будь-якому замкнутому контуру L , що охоплює лінію дислокації D , вектор пружного зміщення u отримує певний кінцевий приріст b , що є рівним по величині та за напрямком одному з періодів решітки. Вектор називається вектором Бюргерса даної дислокації. Ця залежність визначається умовою міцності, яка записується у вигляді рівняння:

$$\oint_L du_i = \oint_L \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k = -b_i, \quad (1)$$

Дислокаційні деформації можуть бути описані полем зсувів та напружень навколо дислокації за допомогою тензора Гріна рівнянь рівноваги. Цей тензор визначає компоненту зміщення вузлів, створену в необмеженому середовищі, зосередженої на початку координат силою, спрямованою вздовж осі.

На відміну від пошуку рішень рівнянь рівноваги, розглядатимемо $u(r)$ як функцію, яка матиме заданий приріст b на деякій довільно обраній поверхні S_D , що спирається на дислокаційну петлю D . Тоді тензор деформації, матиме на «поверхні розриву»:

$$u_{ik}^{(S)} = 0.5(n_i b_k + n_k b_i) \delta(\zeta), \quad (2)$$

де ζ – координата, що відраховується від поверхні S_D вздовж нормалі. Оскільки жодних фізичних особливостей у просторі навколо дислокації немає, то тензор напружень σ_{ik} , повинен бути однозначною без-

перервною функцією. В свою чергу тензор деформацій (2) формально пов'язаний з тензором напружень співвідношенням $\sigma_{ik}^{(S)} = \lambda_{iklm} u_{lm}^{(S)}$, наявним на поверхні S_D . З метою його виключення, потрібно ввести фіктивні об'ємні сили, розподілені вздовж поверхні S_D з певною щільністю $f_i^{(S)}$. Тоді рівняння рівноваги за наявності об'ємних сил має вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + f_i^{(S)} = 0, \quad (3)$$

Звідси:

$$f_i^{(S)} = -\frac{\partial \sigma_{ik}^{(S)}}{\partial x_k} = -\lambda_{iklm} \frac{\partial u_{lm}^{(S)}}{\partial x_k}, \quad (4)$$

Таким чином, питання про знаходження функції $u(r)$, еквівалентно задачі про знаходження однозначної, але розривної функції, за наявності об'ємних сил, які визначаються формулою (3).

Прийнявши до уваги:

$$u(r) = \int G_{ij}(r-r') f_j^{(S)}(r') dV'. \quad (5)$$

Підставивши у (5) рівняння (4), проводимо інтегрування частинами. Після цього δ -функцію проінтегруємо і отримаємо:

$$u(r) = -\lambda_{iklm} b_m \int_{S_D} n_i \frac{\partial}{\partial x_k} G_{ij}(r-r') df'. \quad (6)$$

Таким чином отримаємо функцію, що враховує наявність дислокацій.

Тензор G_{ij} для анізотропного середовища знайдено у [15, с. 967–980]. Автори запропонували розраховувати макроскопічні властивості полікристалів, вирішуючи стохастичну крайову задачу. Цей математичний метод моделювання був розвинений надалі у працях фундаторів сучасної механіки композитних матеріалів стохастичної структури. У випадку прямолінійної дислокації, коли маємо справу з плоскою задачею теорії пружності, простіше буде безпосередньо вирішувати рівняння рівноваги [9, с. 112–120].

Попередні відомості про дислокації та їх вплив на механічні властивості цегли є важливими для розуміння деформаційних процесів у речовині, що доповнюються інформацією про різні шляхи в обчисленнях міцності та руйнування елементів та конструкцій. Для кам'яних конструкцій, які «працюють» переважно на стиск, особливе значення мають «псевдопластичні» руйнування.

Існують різні підходи до обчислення міцності елементів та конструкцій, які залежать від знаку і величини середнього напруження та характеру руйнування. Відповідно до макротріщинного руйнування, яке переважно відбувається внаслідок напружень розтягу, руйнування розриву відбувається за макротріщиною відриву. Для таких випадків, механіка крихкого руйнування може дати задовільні результати. У випадку незначних стискаючих напружень, спостерігається «псевдопластичне» руйнування, яке супроводжується збільшенням об'єму, тобто дилатансією. При значних стискаючих напруженнях, реалізується ідеально пластичне руйнування. Умови міцності кам'яної кладки в основному пов'язані з «псевдопластичним» руйнуванням, оскільки кам'яні конструкції зазвичай працюють на стиск.

В рамках теорії ідеальної пластичності, приймемо модель жорстко-пластичного тіла, в якій пластичні деформації виникають у найбільш деформованій та напруженій ділянках перед досягненням граничного пластичного стану. Ці пластичні деформації розділяють тіло цегляної конструкції на окремі частини, які рухаються завдяки локалізації пластичних деформацій. Поширення пластичних деформацій в тілі конструкції до досягнення граничного навантаження відбувається в кінцевому інтервалі їх величини, що залежить від форми тіла, граничних умов та інших факторів, що впливають на розповсюдження пластичних деформацій.

Умова міцності кам'яної кладки відповідає механічній теорії, яка описує макроскопічну поведінку твердого тіла з ідеалізацією, що руйнування тіла залежить тільки від напруженого і деформованого станів. Для обчислення міцності кам'яної кладки можна використовувати варіаційний метод з функціоналом, який залежить від заданих сил на поверхні тіла та стрибків дотичної та нормальної складових до поверхні швидкості.

Для моделювання руйнування приймається кінематична схема, в якій поверхня руйнування розділяє тіло на окремі частини. Ці частини вважаються абсолютно жорсткими і рухаються з визначеними швидкостями. Параметри поверхні руйнування та швидкості руху частин тіла використовуються для створення функціоналу, який набуває мінімального значення при заданих умовах.

За допомогою цього функціоналу можна обчислити граничне навантаження:

$$J = \int_{S_i} m \left[2B \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta V_t}{\Delta V_n} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_n ds - \int f_i^* V_i ds_f, \quad (7)$$

де $B^2 = (1 + \chi / (1 - \chi)^2) / 3$; $\chi = \frac{f_t}{f_d}$; f_i^* – задані сили на ділянках S_f поверхні тіла; S_i – площа поверхні руйнування; $\Delta V_t, \Delta V_n$ – стрибки дотичної та нормальної до S_i складових швидкості.

Підставивши у (7) рівняння (6) отримаємо:

$$J = \int_{S_i} m \left[2B \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta V_t}{\Delta V_n} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_n ds - \int f_i^* V_i ds_f - \lambda_{iklm} b_m \int_{S_D} n_i \frac{\partial}{\partial x_k} G_{ij} (r - r') df'. \quad (8)$$

Застосування моделі ідеально пластичного тіла дозволяє урахувати перерозподіл напружень та міцності у різноманітних ділянках руйнування, що може стримати збільшення максимальних деформацій та руйнування останніх. Це пояснюється тим, що жорсткі частини тіла, які мають найбільші деформації, навантажуються максимально жорстко, тоді як менш навантажені ділянки зберігають більшу міцність. Це сприяє стримуванню руйнування останніх шляхом перерозподілу напружень на більш міцні або менш навантажені ділянки. Таким чином, збільшується ймовірність одночасного виникнення граничного стану на різних ділянках області руйнування тіла конструкції.

Отримані формули застосовані також до деформацій, що викликаються іншого роду дефектами кристалічної структури. Існують дефекти, у яких порушення правильної структури поширюється на ділянки, поблизу деякої поверхні. З макроскопічної точки зору такий дефект може бути описаний як поверхня розриву, на якій вектор зміщення має приріст (напруження σ_{ik} залишаються безперервними через умову рівноваги). Якщо на всій поверхні величина b приросту однакова, то щодо створюваних ним деформацій такий розрив нічим не відрізняється від дислокації (розташованої вздовж краю). Різниця полягає лише в тому, що вектор b не дорівнює періоду решітки. Положення ж поверхні S_D , про яке описано у статті, перестає бути довільним і

має збігатися з фактичним розташуванням фізичного розриву. З такою поверхнею розриву пов'язана додаткова енергія, що може бути описана шляхом введення відповідного коефіцієнта поверхневого натягу.

3. Дискретна модель кам'яної кладки

Кам'яну кладку на макорівні можна розглядати як композитне середовище, виходячи з характеристик цегли і розчину з якого її складено. Композитне середовище можна вважати механічно неоднорідним, коли характерні розміри його компонентів суттєво перевищують молекулярно-кінетичні розміри, але значно менше відстаней, на яких помітно змінюються опосередковані параметри стану. У цьому випадку, мікрооб'єм компонентів або фаз середовища, тобто елементарний об'єм dV з розміром dl , приписується властивостям матеріалів компонентів або фаз, і відповідає постулатам механіки суцільного середовища [13, с. 439–447].

Дослідження поведінки окремих компонентів гетерогенного середовища, таких як частки, агрегати частинок та реакційні осередки, стає можливим завдяки застосуванню методів механіки твердого тіла, що деформується, механіки суцільного середовища та чисельних методів. Крім того, існує можливість розглядати макрокінетичні процеси в гетерогенному середовищі, аналогічно до однорідного. При цьому результати дослідження процесів на мікрорівнях окремих компонентів, агрегатів частинок або осередків середовища можуть бути використані в континуальних рівняннях, за допомогою середніх параметрів стану, які відображають поведінку елементів структури неоднорідного тіла [22, с. 122–123].

Структурна модель кладки формується з дотриманням наступних умов: досліджуваній об'єкт із композиту апроксимований системою структурних елементів, межі яких відповідають межах матеріалів, які його утворюють [21, с. 1761–1784]. Механічні характеристики і критерії міцності структурних елементів, які апроксимують матеріали композиту, а також характеристики їх взаємодії приймаються єдиними для кожного елемента та визначаються експериментально [18, с. 245–266]. Геометрія та взаємне положення структурних елементів визначаються на початковому етапі до створення навантаження [24, с. 181–185].

Кам'яну кладку підсилюють задля збільшення її несучої здатності. Підсилення можливе за допомогою залізобетонних і бетонних

аплікацій, які наносяться за звичайною технологією, також методом торкрет бетону. У якості застосування вугле волокнистого матеріалу, як елемента підсилення, дозволяється підвищувати несучу здатність кам'яної кладки на 30-100% залежно від міцності вуглеволокна, площі, товщини і кількості шарів підсилення також доцільно використовувати вуглеволокно [23, с. 21–22].

Волокнисті композиційні матеріали представляють собою одну з категорій композитних матеріалів. Термін «композитні матеріали» відноситься до матеріалів, які відрізняються такими основними рисами: вони не існують у природі і створені шляхом зовнішнього втручання; складаються з двох або більше компонентів з відмінним хімічним складом, які чітко відокремлені; вони мають нові властивості, які відрізняються від властивостей їх складових компонентів; матеріали є неоднорідними на мікро рівні, але однорідними на макро рівні; склад, форма та розподіл компонентів виробу задаються попередньо; властивості матеріалу визначаються кожним з компонентів, які повинні бути в матеріалі в строго визначених кількостях [11, с. 389–397].

Компонент, що визначає структуру та форму композиційного матеріалу, має назву «матриця». Матриця має в собі компоненти з високими показниками пружної міцності, які розташовані в ній локально або уніформно, і вони отримали назву «армуючі елементи». Для матриці можуть використовуватися різні матеріали, включаючи метали, їх сплави, органічні і неорганічні полімери, кераміку та інші речовини. Армуючими компонентами найчастіше служать мікроскопічні порошкові частки або волокнисті матеріали різної природи [25, с. 439–450].

4. Підсилення кам'яної кладки композитними матеріалами

Враховуючи армуючий компонент, композити можна розділити на дві основні групи: дисперсно-зміцнені та волокнисті композиційні матеріали.

Дисперсно-зміцнені композити – це матеріали, в яких дрібно-дисперсні частинки іншої речовини рівномірно розподілені в матриці. Вміст волокон може сягати 75%. При навантаженні всі зусилля переносяться матрицею, у якій за допомогою безлічі частинок другої фази, що практично не розчиняються в ній, створюється структура, що ефективно опирається пластичній деформації. З іншого боку, волокнисті

композиційні матеріали відрізняються тим, що в них високоміцні та високомодульні волокна рівномірно розподілені в пластичній матриці. Для дисперсно-зміцнених матеріалів оптимальною вважається концентрація дисперсної фази на рівні 2-4%. Слід відзначити, що дисперсні частинки в цих матеріалах забезпечують «непряме» зміцнення, відмінне від механізму зміцнення, який спостерігається у волокнистих матеріалах [19, с. 614–624].

Для армування волокнистих композитів використовують волокна або ниткоподібні кристали. Навіть невелика кількість цих компонентів в матеріалі може значно поліпшити його механічні характеристики. Можливість змінювати орієнтацію волокон, їх розмір та концентрацію під час армування відкриває широкі можливості для модифікації властивостей композитного матеріалу.

Для армування матеріалів в більшості випадків використовують вуглецеві, борні, скляні, базальтові або полімерні волокна. Зокрема, монокристалічні волокна у вигляді ниткоподібних кристалів викликають великий інтерес завдяки своєму надзвичайно високому модулю пружності та міцності при розтягуванні.

Волокнисті композиційні матеріали, такі як цементні, гіпсоволоконні та інші плити, зазвичай містять волокна з скла, пластмаси, сталі або вуглецю. Натуральні волокна, наприклад, целюлозні, використовуються менше, але вони також приносять вагомий внесок у властивості композиту. Деякі з переваг натуральних волокон включають: вищий рівень еластичності, кращу здатність до регулювання вологості та меншу щільність і вагу.

Основні види волокон, такі як скляні та вуглецеві, зазвичай мають круглий переріз з діаметром від 8 до 20 мікрометрів. Однак поперечний переріз цих волокон може приймати інші форми, такі як трикутний, квадратний або багатокутний, і такі волокна, які мають не круглий, а асиметричний переріз, називаються профільними волокнами. Деякі з цих волокон можуть також бути порожніми, що сприяє зменшенню щільності армованого композиту.

За їх структурою волокнисті матеріали можуть бути класифіковані в чотири основні групи. Перша це безперервні односпрямовані. В цій категорії волокна розташовані в одному напрямку і складаються із довгих безперервних стрічок або ниток. До другої належать тканинні.

Вони формуються шляхом переплетення двох або більше ниток під певним кутом одна до одної. Тканинні структури дуже поширені в текстильній індустрії. Третя група – неткані. Це матеріали, в яких волокна не переплетені, а фіксуються шляхом зварювання, ліплення або інших методів. Це може включати в себе текстильні нитки, які зливаються разом під дією тепла або розчинників. До четвертої групи належать волокнисті матеріали об'ємного плетіння. Це структури, в яких волокна розташовані у тривимірному просторі і виткані в особливий спосіб, утворюючи готову структуру в одному елементі. Надаючи різну структуру наповнювачам і фіксуючи її, використовують різні види наповнювачів для підсилення матеріалів, такі як сітка, плівка, полотно і інші.

В математичній моделі структурно-неоднорідного середовища оберемо ділянку V з границею Γ , що, наприклад, складається із безлічі ділянок w_i що не перетинаються. Кожна з цих ділянок обмежена поверхнями Γ_i і має свої властивості та моделі середовища, які займають ці ділянки.

Важливо врахувати припущення для такого неоднорідного середовища. Характеристичний розмір ділянок w_i набагато більше молекулярно-кінетичних розмірів: Це означає, що розмір ділянок відносно великий у порівнянні з розміром окремих мікро частинок в середовищі. Розмір ділянок w_i набагато менше відстаней, на яких змінюються середні чи макроскопічні параметри. Тобто, розмір ділянок менше, порівняно з відстанями, на яких відбуваються значущі зміни в середніх параметрах. Ділянку з узагальненим об'ємом V_l та розміром l , що є набагато меншим за L для повністю безперервної функції $g(r)$ в межах V_p , якщо існує величина $\bar{g} = \frac{1}{V_l} \int_{V_l} g(r) dr$, яка обмежена по середньому об'єму. Якщо для будь-якого позитивного і нескінченно малого числа δ_γ існує таке позитивне γ , що залежить тільки від δ_γ , яке задовольняє умові:

$$\left| \frac{1}{V_l + \gamma l} \int_{V_l + \gamma l} g(r) dr - \frac{1}{V_l} \int_{V_l} g(r) dr \right| < \delta_\gamma \quad (9)$$

Зазначимо, що $g(r)$ – функція, яка характеризує структуру матеріалу, і інтеграл цієї функції на певному об'ємі V_l порівняння з інтегралом на тому ж об'ємі при деякому зсуві вказує на ступінь, до якої матеріал є структурно неоднорідним.

Для того, щоб узагальнений об'єм V_l відповідав елементарному об'єму неоднорідного середовища, необхідно, щоб виконувалися умови: $L \gg l \gg l_w$, де l_w – характерний розмір компонента порошкового тіла. При цих умовах можна знехтувати впливом масштабу усереднення l на значення середньої величини. Отже, композитне середовище можна розглядати як мікромеханічно неоднорідне, коли характерні розміри l_i його компонентів w_i набагато більше від молекулярно-кінетичних розмірів і набагато менше відстаней, на яких відбуваються помітні зміни.

Для розгляду зміни фізико-механічних властивостей речовин важливе значення має розгляд композиційних матеріалів. У композитному середовищі спостерігається структурна стохастична неоднорідність. У дослідженні [14, с. 144], розглядалися питання локальної узагальненості мікрооб'ємів у гетерогенному середовищі поблизу випадково обраних точок спостереження в структурно-неоднорідних матеріалах. Виявлено кореляцію між змінами об'ємного співвідношення компонентів матеріалу та рівнями варіації ефективних пружних властивостей стохастичної структури. Ця кореляція спостерігається при зміні розмірів l фрагмента, який моделюється. Зона найбільшого розкиду ефективних локальних параметрів збігається з різкою зміною залежності середньоквадратичної дисперсії $S^2(l)$. Це дозволяє сформулювати критерій узагальнення мікрооб'ємів матеріалу шляхом встановлення обмежень на розмір фрагмента в околі точки спостереження. Наявність структурно-концентраційної неоднорідності матеріалу пояснюється істотними відмінностями у механічних реакціях мікрооб'ємів. Ці реакції відповідають різним випадково обраним точкам спостереження в стохастичному структурно-неоднорідному середовищі. Запропоновано задавати розміри узагальнених об'ємів, які досліджуються, з метою прогнозування ефективних локальних властивостей стохастичного композиту, особливо на ділянках, де спостерігається різка зміна залежності $S^2(l)$. Можливо оцінювати макроскопічні властивості стохастичних багатокомпонентних матеріалів за допомогою методів статистичної механіки, використовуючи інформацію про функції розподілу локальних ефективних показників [10, с. 143–145].

Випадкова структура композитних матеріалів можлива через особливості форми армуючих елементів та їх випадкове розташування.

При цьому, певна подібність до регулярної структури може спостерігатися в матеріалах, де армуючі елементи мають сферичну форму або мають щільне розташування. Використання методів теорії випадкових функцій дозволяє аналізувати практично будь-які структури, які характерні для реальних композиційних матеріалів.

5. Композиційні матеріали з нерегулярною структурою

Композиційні матеріали з нерегулярною структурою розглядаються як середовище з ефективними фізико-механічними характеристиками, які є випадковими функціями координат. Розглядаючи пружні тіла слід використовувати модулі пружності. Тензор модулів пружності $\lambda_{ij\alpha\beta}$ визначає випадкове тензорне поле [8, с. 481–505].

Тензорне випадкове поле $\lambda_{ij\alpha\beta}(x_i^{(m)})$ визначене на певній ділянці, якщо для кожної кінцевої системи точок $x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(n)}$ в ділянці v встановлений відповідний закон розподілу ймовірностей величин $\lambda_{ij\alpha\beta}$. При цьому $N \cdot n$ – мірний закон, де N – це кількість незалежних компонентів тензора пружності.

Цей закон можна описати за допомогою щільності розподілу ймовірності:

$$f_1^n(\lambda_{ij\alpha\beta}) = f_1^n[\lambda_{ij\alpha\beta}(x_i^{(1)}), \dots, \lambda_{ij\alpha\beta}(x_i^{(n)})] \quad (10)$$

Якщо властивості матеріалу є ізотропними в кожній точці тіла, тобто тензор λ характеризується лише двома постійними (λ і μ), то ми маємо $2 \cdot n$ – мірний закон розподілу ймовірностей для величин λ і μ . При цьому щільність розподілу можна виразити наступним чином:

$$f_1^n(\lambda, \mu) = f_1^n[\lambda(x_i^{(1)}), \mu(x_i^{(1)}), \dots, \lambda(x_i^{(n)}), \mu(x_i^{(n)})] \quad (11)$$

Випадкове тензорне поле модулів $\lambda_{ij\alpha\beta}$ може бути також охарактеризоване n -точковими моментами порядку m . Він визначається наступним чином:

$$\left\langle \underbrace{\lambda_{ij\alpha\beta}^{(1)} \dots \lambda_{pqrs}^{(1)}}_{m_1}, \underbrace{\lambda_{ij\alpha\beta}^{(2)} \dots \lambda_{pqrs}^{(2)}}_{m_2}, \dots, \underbrace{\lambda_{ij\alpha\beta}^{(n)} \dots \lambda_{pqrs}^{(n)}}_{m_n} \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (\lambda_{ij\alpha\beta}^{(1)} \dots \lambda_{pqrs}^{(1)}) (\lambda_{ij\alpha\beta}^{(2)} \dots \lambda_{pqrs}^{(2)}) \dots (\lambda_{ij\alpha\beta}^{(n)} \dots \lambda_{pqrs}^{(n)}) f_1^n d\lambda^{(1)} \dots d\lambda^{(n)} \quad (12)$$

де m_n – кількість множників у точці $x_i^{(n)}$.

Як видно з рівняння (10), n -точкові щільності розподілу та моменти є функціями $3n$ координат (у 3-мірному просторі), які визначають положення точки $x_i^{(n)}$.

Якщо випадкове тензорне поле $\lambda_{ija\beta}$ є статистично однорідним, тобто розподіл ймовірностей (10) не змінюється при зсуві системи точок спостереження:

$$x_i = x_i + a, \quad a = const, \quad (13)$$

то n -точкові щільності розподілу та моменти залежать від $3(n-1)$ координат. Це означає, що щільність розподілу статистично однорідного поля випадкових величин залежить тільки від відносного розташування точок $\{x^{(n)}\}$ у просторі, але не залежить від положення групи цих n точок у просторі. У цьому випадку одноточкові моменти будуть постійними, а двоточкові залежатимуть лише від різниці координат двох точок.

Випадкові тензорні поля утворюються через наявність напружень ζ_{ij} та деформацій ε_{ij} за умови, що на стохастично неоднорідне тіло діють зовнішні сили. Їх можна характеризувати n -точковими щільностями розподілу:

$$f_2^n(\sigma_{ij}) = f_2^n(\sigma_{ij}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(2)}, \dots, \sigma_{ij}^{(n)}), f_3^n = f_3^n(\varepsilon_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(2)}, \dots, \varepsilon_{ij}^{(n)}) \quad (14)$$

а також відповідними моментами.

Задання спільної n -точкової щільності розподілу є більш загальним описом випадкових тензорних полів $\lambda_{ija\beta}, \zeta_{ij}, \varepsilon_{ij}$:

$$f^n(\lambda_{ija\beta}, \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) = f_2^n(\lambda_{ija\beta}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)}, \dots, \lambda_{ija\beta}^{(n)}, \sigma_{ij}^{(n)}, \varepsilon_{ij}^{(n)}) \quad (15)$$

Математичні очікування:

$$\langle \lambda_{ija\beta}^{(1)} \rangle, \langle \sigma_{ij}^{(1)} \rangle, \langle \varepsilon_{ij}^{(1)} \rangle \quad (16)$$

та кореляційні функції:

$$\langle \lambda_{ija\beta}^{(1)} \lambda_{jrs}^{(2)} \rangle, \langle \sigma_{ij}^{(1)} \sigma_{\alpha\beta}^{(2)} \rangle, \langle \varepsilon_{ij}^{(1)} \varepsilon_{\alpha\beta}^{(2)} \rangle, \langle \lambda_{ija\beta}^{(1)} \sigma_{pq}^{(2)} \rangle, \langle \lambda_{ija\beta}^{(1)} \varepsilon_{pq}^{(2)} \rangle, \langle \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{\alpha\beta}^{(2)} \rangle \quad (17)$$

Фактично маємо справу з моментами першого та другого порядку, тобто ми працюємо з одноточковими та двоточковими моментами.

У випадку необмеженого зростання відстані між значеннями випадкових полів у точках $x_i^{(1)}$ та $x_i^{(2)}$, характерним буде послаблення статистичних залежностей між ними для гетерогенних матеріалів. Добуток математичних очікувань, взятих у точках $x_i^{(1)}$ та $x_i^{(2)}$ для функцій (17):

$$\langle \lambda_{ija\beta}^{(1)} \lambda_{pqrs}^{(2)} \rangle \rightarrow \langle \lambda_{ija\beta}^{(1)} \rangle \langle \lambda_{ija\beta}^{(2)} \rangle, \text{ при } |x_i^{(1)} - x_i^{(2)}| \rightarrow \infty \quad (18)$$

Врахувавши розміри неоднорідностей, визначимо масштаб кореляції, для відстаней на яких залишаються характерні зв'язки між частинками. Якщо умова (18) виконується, то масштаб кореляції може бути оцінений значенням $|x_i^{(1)} - x_i^{(2)}|$.

Запишемо функцію випадкових полів:

$$\lambda_{ija\beta}^0 = \lambda_{ija\beta} - \langle \lambda_{ija\beta} \rangle, \sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij} - \langle \sigma_{ij} \rangle, \varepsilon_{ij}^0 = \varepsilon_{ij} - \langle \varepsilon_{ij} \rangle \quad (19)$$

В такому випадку доречним є введення центральних моментів, які створюються аналогічно до (12), де під знаком інтегралу на відміну від повних значень випадкових полів представлено їх функції.

Відповідні моменти та умовні щільності розподілу використовуються при дослідженні стохастично неоднорідних матеріалів.

Умовна щільність розподілу напружень і деформацій відносно модулів пружності визначається як:

$$\left(\frac{\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}}{\lambda_{ija\beta}} \right) \cdot \varphi^n = \left(\frac{\sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)} \dots \sigma_{ij}^{(n)}, \varepsilon_{ij}^{(n)}}{\lambda_{ija\beta}^{(1)} \dots \lambda_{ija\beta}^{(n)}} \right) \cdot \varphi^n, \quad (20)$$

Теорема перемноження пов'язана із щільностями (10) і (15) співвідношенням:

$$f^n(\lambda_{ija\beta}, \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) = f^n(\lambda_{ija\beta}) \cdot \left(\frac{\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}}{\lambda_{ija\beta}} \right) \cdot \varphi^n \quad (21)$$

Отже, напружено-деформований стан може бути визначений шляхом аналізу умовної щільності розподілу (20).

6. Макроскопічні властивості композиційних матеріалів

Розглядається підхід стохастичної механіки композиційних матеріалів, розвинений у [15, с. 967–980] з використанням методів теорії випадкових функцій. Розглянемо елементарний об'єм композиту V , що містить досить велику кількість включень, чий лінійний розмір значно менший за найменший лінійний розмір тривимірної області V . Зазначимо, що характерний лінійний розмір об'єму V менше характерного масштабу зміни зовнішніх навантажень.

Тензор макроскопічних модулів пружності $\lambda_{ija\beta}^*$ мікро неоднорідного тіла визначається співвідношенням:

$$\overline{\sigma}_{ij} = \lambda_{ij\alpha\beta}^* \overline{\varepsilon}_{\alpha\beta} \quad (22)$$

яке пов'язує опосередковані за об'ємом тіла напружень та деформації:

$$\overline{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dv; \quad \overline{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dv. \quad (23)$$

Співвідношення (22) можна записати на підставі рівняння рівноваги

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (24)$$

або рівнянь сумісності

$$e_{ikl} \cdot e_{jmn} \cdot \varepsilon_{ln,km} = 0 \quad (25)$$

де напруження σ_{ij} та деформації ε_{ij} у довільній точці мікро неоднорідного тіла пов'язані законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ij\alpha\beta} \varepsilon_{ij} \quad (26)$$

Тут e_{ijk} – одиничний антисиметричний тензор, $\lambda_{ij\alpha\beta}$ – тензор модулів пружності, що є статистично однорідною випадковою функцією координат. Статистична однорідності є необхідною умовою застосування апарату теорії випадкових функцій.

Підставляючи (24) (25) і (26) отримаємо задачу в переміщеннях

$$\left(\lambda_{ij\alpha\beta} u_{\alpha\beta} \right)_{,j} = 0 \quad (27)$$

або у напруженнях

$$e_{ikl} \cdot e_{imn} \cdot \left(\lambda_{ij\alpha\beta}^{-1} \sigma_{\alpha\beta} \right)_{,km} = 0 \quad (28)$$

Визначаючи з (27), (28) напруження як функції середніх деформацій $\varepsilon_{\alpha\beta}$ або деформації як функції середніх напружень $\sigma_{\alpha\beta}$ та усереднити їх за об'ємом, отримаємо вираз (22).

Якщо розміри тіла набагато більше розмірів мікро неоднорідностей, то ділянка, яку займає тіло, можна розглядати як нескінченну. У цьому випадку можна знехтувати впливом масштабу опосередкування на значення величин, що опосередковуються.

При впливі однорідних навантажень на статистично однорідне тіло, виникають випадкові поля напружень σ_{ij} і деформацій ε_{ij} , які також є статистично однорідними. У цьому випадку випадкові поля, що розглядаються, задовольняють властивості ергодичності, згідно з яким усереднення за об'ємом збігається зі статистичним усередненням.

$$\overline{\sigma}_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle; \quad \overline{\varepsilon}_{ij} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle, \quad (29)$$

де

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \int \sigma_{ij} f_2(\sigma_{ij}) d\sigma_{ij}; \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \int_V \varepsilon_{ij} f_3(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_{ij} \quad (30)$$

Для ергодичних полів ефективні властивості задаються виразом.

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \lambda_{ij\alpha\beta}^* \langle \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle \quad (31)$$

Із закону Гука (26):

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \langle \lambda_{ij\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle = \langle \lambda_{ij\alpha\beta} \rangle \langle \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle + \langle \lambda_{ij\alpha\beta}^0 \varepsilon_{\alpha\beta}^0 \rangle \quad (32)$$

Будь-яка статистично однорідна функція може бути представлена у вигляді суми регулярної частини і флуктуації: $f = f^0 + \langle f \rangle$.

$$\langle const \rangle = const; \quad \langle \varepsilon^0 \rangle = \langle \varepsilon - \langle \varepsilon \rangle \rangle = \langle \varepsilon \rangle - \langle \varepsilon \rangle = 0; \quad \langle \lambda^0 \rangle = 0,$$

як результат маємо:

$$\langle \lambda \varepsilon \rangle = \langle \lambda \rangle \langle \varepsilon \rangle + \langle \lambda^0 \varepsilon^0 \rangle.$$

З (32) витікає, що задля визначення макроскопічних пружних констант треба з (27) знайти одноточкові моменти $\langle \lambda_{ij\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle$ або $\langle \lambda_{ij\alpha\beta}^0 \varepsilon_{\alpha\beta}^0 \rangle$ як функції середніх напружень $\langle \sigma_{ij} \rangle$ і підставити їх у вираз

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \langle \lambda_{ij\alpha\beta}^{-1} \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle = \langle \lambda_{ij\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} \rangle = \langle \lambda^{-1} \rangle \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle + \langle \lambda_{ij\alpha\beta}^{-10} \sigma_{\alpha\beta}^0 \rangle \quad (33)$$

Методи визначення характеристик за рішеннями (18) і (19) ідентичні. Тоді розглянемо тільки перше з них.

Для статистично однорідних деформацій переміщення u_i подаються у вигляді:

$$u_i = \langle \varepsilon_{ij} \rangle x_j + u_i^0, \quad (34)$$

де u_0 – флуктуація переміщень.

Тоді (27) дасть рівняння рівноваги у переміщеннях

$$\langle \lambda_{ij\alpha\beta} \rangle u_{\alpha,\beta j}^0 + \lambda_{ij\alpha\beta}^0 \langle \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle + (\lambda_{ij\alpha\beta}^0 u_{\alpha,\beta}^0)_{,j} = 0 \quad (35)$$

і це рівняння щодо флуктуації u_0 .

Регулярна частина переміщень прямує до нескінченності необмежено зростає. Тоді флуктуацію u_i^0 на нескінченності можна прирівняти до нуля:

$$u_i^0|_{\infty} = 0, \quad (36)$$

Таким чином, при прийнятих припущеннях задача про макроскопічні модулі пружності зводиться до вирішення рівняння (35) з граничною умовою (36). У випадку неприйнятності деяких із припущень, отримаємо іншу задачу статистичної механіки.

Крайова задача (35), (36) є статистично нелінійною з причини того, що рівняння (35) містить добуток випадкових функцій:

Поставлене крайове завдання стохастичної механіки композитів можна в подальшому вирішити двома способами: методом лінеаризації та методом моментів.

7. Висновки

Розглянуто основні аспекти впливу мікроскопічних властивостей неоднорідного середовища на прогнозування макроскопічних властивостей кам'яної кладки. Важливим є те, що характерні розміри складових ділянок кладки повинні бути набагато більшими за молекулярно-кінетичні розміри і набагато меншими за відстані, на яких помітно змінюються усереднені параметри стану. Врахування цього дозволяє оцінювати макроскопічні властивості стохастичних багатокомпонентних матеріалів, використовуючи статистичні методи і функції розподілу локальних ефективних показників. Врахування цього є важливим для розуміння та прогнозування поведінки структурно неоднорідних матеріалів в різних умовах та дозволяє розвивати нові підходи до конструювання та оптимізації будівельних матеріалів для різноманітних застосувань.

Вивчення механізму поширення дислокацій у кам'яній кладці на мікроскопічному рівні є важливим дослідженням у галузі промислового та цивільного будівництва. Результати дослідження допомагають краще зрозуміти взаємодію матеріалу під дією зовнішніми навантаженнями та оптимізувати процеси укладання кам'яної кладки для підвищення її міцності та довговічності [1, с. 485–496].

Макроскопічні та мікроскопічні аспекти дислокацій та деформацій у кам'яній кладці відіграють важливу роль у розумінні механічних властивостей та міцності будівельних конструкцій. Дослідження та розвиток в цій галузі дозволяють покращувати проектування та ефективність використання кам'яних матеріалів у будівництві.

Основні результати дослідження [2, с. 1–8] показують, що в'язучий матеріал, методи укладання, а також форма та геометрія елементів кам'яної кладки мають суттєвий вплив на поширення дислокацій. Оптимізація цих факторів може призвести до створення більш ефективних методів будівництва та зміцнення, здатних знизити ризик пошкоджень та покращити характеристики міцності конструкцій.

Крім того, результати дослідження [3, с. 193–199] дозволяють розробити нові матеріали, які мають покращену здатність до деформації та адаптації до навантажень. Це може включати використання композитних матеріалів або модифікацію в'язучих матеріалів для підвищення їх міцнісних властивостей. Важливим аспектом є також розробка методів контролю та діагностики стану кам'яної кладки. Нові методи, засновані на вивченні дислокацій, дозволять оперативно виявляти пошкодження та вживати заходів щодо їх запобігання чи ремонту, що сприяє безпеці та стійкості будівель [4, с. 343–353].

В цілому, дослідження механізму поширення дислокацій у кам'яній кладці надають цінні наукові основи для розробки більш ефективних методів укладання та підвищення характеристик міцності. Це важливий внесок у галузь будівництва, що сприяє створенню більш міцних, стійких та довговічних будівельних конструкцій.

Список літератури:

1. Соловійов В., Довженко О., Погрібний В., Усенко Д. Відновлення експлуатаційної придатності кам'яної кладки, пошкодженої в умовах надзвичайних ситуацій. *Подолання екологічних ризиків та загроз для довкілля в умовах надзвичайних ситуацій – 2022 : колективна монографія*. Полтава – Львів : НУПІ імені Юрія Кондратюка, НУ «Львівська політехніка». Дніпро : Середняк Т.К., 2022. С. 485–496.
2. Pohribnyi V., Dovzhenko O., Kuznietsova I., Usenko D. The improved technique for calculating the concrete elements strength under local compression. *MATEC Web Conferences*. 2018. Vol. 230. 02025. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201823002025>
3. Usenko D., Dovzhenko O., Pohribnyi V., Zyma O. Masonry strengthening under the combined action of vertical and horizontal forces. *Proceedings of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering*, 2020. P. 193–199. URL: https://phdsymp2020.sciencesconf.org/data/pages/Proceedings_phdsymp_2021.pdf
4. Pohribnyi V. Plasticity Theory in Strength Calculations Concrete Elements Under Local Compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Fenko, D. Usenko. In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) *Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*, 2022. Vol. 181. Springer, Cham. P. 343–353. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-85043-2_32
5. Хорошун Л. П., Вецало Ю. А. До теорії ефективних властивостей ідеально пластичних композитних матеріалів. *Прикл. механіка*. 1987. Т. 23. № 1. С. 86–90.
6. Шермергор Т. Д. Теорія пружності мікронеоднорідних середовищ. Київ : Наукова думка, 1977. 400 с.

7. Ванін Г. А. Мікромеханіка композиційних матеріалів. Київ : Наукова думка, 1985. 304 с.
8. Beran M. Statistical continuum theories. N.-Y. : Interci. Publ., 1968. 493 p.
9. Алфутов Н. А. Розрахунок багат шарових пластин та оболонок з композиційних матеріалів. Київ : Машинобудування, 1984.
10. Hashin Z. Analysis of composite materials – a survey. *J. of Appl. Mech.* 1983. Vol. 50. P. 481–505.
11. Виноградов О. Представницький об'єм у мікромеханіці композитних матеріалів з порошкоподібним наповнювачем. *Механіка композитних матеріалів*. 2001. Том 37. № 3. С. 389–397.
12. Плювінаж Г. Механіка пружно-пластичного руйнування. Київ : Світ, 1993.
13. Theocaris P. S. The Mises elastic-plastic boundary as the core in fracture criteria. *Engineering Fracture Mechanics*. 1982. Vol. 16. No. 5. P. 439–447.
14. Горбань І. І. Феномен статистичної стійкості. Київ : Наукова думка, 2014. 444 с.
15. Lifshits I. M., Rozenzweig L. N. To the theory of elastic properties of polycrystals. *JETP*. 1946. No. 11. P. 967–980.
16. Lomakin V. A. Statistical problems of mechanics of solid deformable Bodies. M. : Science, 1980. 512 p.
17. Cervera M., Chiumenti M. A computational multiscale approach for the analysis of brick masonry structures. *Engineering Structures*. 2016. № 116. P. 264–277. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.02.023>
18. Houben L., Guedon A. Discrete Element Modelling of Dislocation-Induced Damage in Masonry Structures. *Journal of Engineering Mechanics*. 2019. № 145(1). P. 245–266. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001599](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001599)
19. Lourenco P. B., Rots J. G. Multisurface interface model for analysis of masonry structures. *Journal of Structural Engineering*. 1997. 123(5). P. 614–624. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1997\)123:5\(614\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:5(614))
20. Tulin T., Heistermann M. Dislocation mechanics in the hierarchical nanostructure of bone tissue. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 2013. № 17. P. 229–240. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2012.10.009>
21. Ali S. S., Page A. W. Finite element model for masonry subjected to concentrated loads. *Proceedings of the American Society of Civil Engineering: journal Structural Division*. 1990. № 114. P. 1761–1784.
22. Bocchini P., Miranda M., Christou V. Life-Cycle of Structural Systems – Furuta, Frangopol & Akiyama (Eds). London : Taylor & Francis Group, 2015.
23. Pande G., Middleton J., Krajč B. Computer Methods in structural masonry. E & FN Spon, London, UK, 1998.
24. Peter Schubert, Horst Glitz. Querdehnungszahlen und Bruchdehnungswerte von Mauerwerk. *Bautechnik*. 1981. № 6. P. 181–185.
25. Villaggio Piero. Stress diffusion in masonry walls. *J. struct. mech.* 1981. № 4. P. 439–450.

References:

1. Soloviov V., Dovzhenko O., Pohribnyi V., Usenko D. (2022). Vidnovlennia ekspluatatsiinoi prydatnosti kamianoj kladky, poshkodzhenoj v umovakh nadzvychainykh sytuatsii. *Podolannia ekolohichnykh ryzykiv ta zahroz dlia dovkillia v umovakh nadzvychainykh sytuatsii – 2022: kolektyvna monohrafiia* [Restoration of operational suitability of stone masonry damaged in emergency situations. *Overcoming ecological risks and threats to the environment in emergency situations – 2022: collective monograph*]. Poltava – Lviv: NUPP imeni Yurii Kondratiuka, NU «Lvivska politehnika». Dnipro: Seredniak T. K., pp. 485–496.
2. Pohribnyi V., Dovzhenko O., Kuznietsova I., Usenko D. (2018). The improved technique for calculating the concrete elements strength under local compression. *MATEC Web Conferences*, vol. 230, 02025. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201823002025>
3. Usenko D., Dovzhenko O., Pohribnyi V., Zyma O. (2020). Masonry strengthening under the combined action of vertical and horizontal forces. *Proceedings of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering*, pp. 193–199. Available at: https://phdsymp2020.sciencesconf.org/data/pages/Proceedings_phdsymp_2021.pdf
4. Pohribnyi V. (2022). Plasticity Theory in Strength Calculations Concrete Elements Under Local Compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Fenko, D. Usenko. In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) *Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*, vol. 181. Springer, Cham, pp. 343–353. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-85043-2_32
5. Khoroshun L. P., Vetsalo Yu. A. (1987). Do teorii efektyvnykh vlastyvoستي idealno plastychnykh kompozytnykh materialiv [To the theory of effective properties of ideally plastic composite materials]. *Prykl. Mekhanika*. t. 23, no. 1, pp. 86–90.
6. Shermerhor T. D. (1977). Teoriia pruzhnosti mikroneodnorodnykh sere-dovysheh [Theory of elasticity of micro-heterogeneous media]. Kyiv: Naukova dumka, 400 p.
7. Vanin H. A. (1985). Mikromekhanika kompozytsiinykh materialiv [Micromechanics of composite materials]. Kyiv: Naukova dumka, 304 p.
8. Beran M. (1968). Statistical continuum theories. N.-Y.: Interci. Publ., 493 p.
9. Alfutov N. A. (1984). Rozrakhunok bahatosharovykh plastyn ta obolonok z kompozytsiinykh materialiv [Calculation of multilayer plates and shells from composite materials]. Kyiv: Mashynobuduvannia.
10. Hashin Z. (1983). Analisis of composite matherials – a survey. *J. of Appl. Mech.*, vol. 50, pp. 481–505.
11. Vynohradov O. (2001). Predstavnytskyi obiem u mikromekhanitsi kompozytnykh materialiv z poroshkopodibnym napovniuvachem [Representative volume in the micromechanics of composite materials with a powder filler]. *Mekhanika kompozytnykh materialiv*, tom 37, no. 3, pp. 389–397.
12. Pliuvinazh H. (1993). Mekhanika pruzhno-plastychnoho ruinuvannia [Mechanics of elastic-plastic failure]. Kyiv: Svit.

13. Theocaris P. S. (1982). The Mises elastic-plastic boundary as the core in fracture criteria. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 16, no. 5, pp. 439–447.
14. Horban I. I. (2014). Fenomen statystychnoi stiikosti [The phenomenon of statistical stability]. Kyiv: Naukova dumka, 444 p.
15. Lifshits I. M., Rozenzweig L. N. (1946). To the theory of elastic properties of polycrystals. *JETP*, no. 11, pp. 967–980.
16. Lomakin V. A. (1980). Statistical problems of mechanics of solid deformable Bodies. M.: Science, 512 p.
17. Cervera M., Chiumenti M. (2016). A computational multiscale approach for the analysis of brick masonry structures. *Engineering Structures*, no. 116, pp. 264–277. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.02.023>
18. Houben L., Guedon A. (2019). Discrete Element Modelling of Dislocation-Induced Damage in Masonry Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, no. 145(1), pp. 245–266. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001599](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001599)
19. Lourenco P. B., Rots J. G. (1997). Multisurface interface model for analysis of masonry structures. *Journal of Structural Engineering*, 123(5), pp. 614–624. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1997\)123:5\(614\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:5(614))
20. Tulin T., Heistermann M. (2013). Dislocation mechanics in the hierarchical nanostructure of bone tissue. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, no. 17, pp. 229–240. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2012.10.009>
21. Ali S. S., Page A. W. (1990) Finite element model for masonry subjected to concentrated loads. *Proceedings of the American Society of Civil Engineering: journal Structural Division*, no. 114, pp. 1761–1784.
22. Bocchini P., Miranda M., Christou V. (2015). Life-Cycle of Structural Systems – Furuta, Frangopol & Akiyama (Eds). London: Taylor & Francis Group.
23. Pande G., Middleton J., Krajl B. (1998). Computer Methods in structural masonry. E & FN Spon, London, UK.
24. Peter Schubert, Horst Glitza (1981). Querdehnungszahlen und Bruchdehnungswerte von Mauerwerk. *Bautechnik*, no. 6, pp. 181–185.
25. Villaggio Piero (1981). Stress diffusion in masonry walls. *J. struct. mech.*, no. 4, pp. 439–450.