

SECTION 10. TRENDS IN PHYSICS AND MATHEMATICS

DOI <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-446-7-54>

STUDY OF THE STRESS STATE OF CORRUGATED HOLLOW CYLINDERS MADE OF CONTINUOUS INHOMOGENEOUS MATERIALS

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ГОФРОВАНИХ ПОРОЖНИСТИХ ЦИЛІНДРІВ З НЕПЕРЕВВНО-НЕОДНОРІДНИХ МАТЕРІАЛІВ

Rozhok L. S.

*Doctor of Physics
and Mathematics, Professor,
Professor at the Department
of Theoretical and Applied Mechanics*

Рожок Л. С.

*доктор фізико-математичних наук,
професор,
професор кафедри теоретичної
та прикладної механіки*

Kruk L. A.

*Candidate of Physics and Mathematics,
Associate Professor,
Associate Professor at the Department
of Theoretical and Applied Mechanics
National Transport University*

Крук Л. А.

*кандидат фізико-математичних
наук, доцент,
доцент кафедри теоретичної
та прикладної механіки
Національний транспортний
університет*

Isaienko H. L.

*Candidate of Physics and Mathematics,
Associate Professor,
Associate Professor at the Department
of Mathematics and Physics
Kryty Heroes Military Institute
of Telecommunications
and Information Technology
Kyiv, Ukraine*

Ісаєнко Г. Л.

*кандидат фізико-математичних
наук, доцент,
доцент кафедри математики
і фізики
Військовий інститут
телекомунікацій та інформатизації
імені Героїв Крут
м. Київ, Україна*

Порожнисті циліндри, як елементи конструкцій та деталі машин і агрегатів, знаходять своє застосування в багатьох галузях господарювання цивільного та військового спрямування [1]. Забезпечення міцності та надійності при експлуатації таких конструкцій в складних умовах, потребує визначення їх напруженого стану. Математичний

експеримент, на відміну від кошторисних натурних експериментів, дає можливість на етапі інженерного створення елементів конструкції провести цілу низку досліджень, пов'язаних з аналізом напруженого стану розглядуваних конструктивних елементів в залежності від прикладеного навантаження, форми поперечного перерізу, механічних характеристик матеріалу, тощо [2].

Для виявлення просторових ефектів, що мають місце при розв'язуванні задач про напружений стан порожнистих некругових циліндрів, даний клас задач доцільно розглядати в просторовій постановці [3].

В даній роботі, на основі чисельно-аналітичного підходу, що базується на застосуванні методів відокремлення змінних, апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є та чисельного методу дискретної ортогоналізації [4], розв'язано задачу лінійної просторової теорії пружності про напружений стан порожнистих циліндрів, що мають гофровану форму поперечного перерізу [5], які знаходяться під дією рівномірного поверхневого навантаження та виготовлені з неперервно-неоднорідного матеріалу, за певних граничних умов на торцях.

Задачу розв'язано за таких вихідних даних: довжина циліндра $l = 60$; його товщина $h = 4$; параметри гофрування: $m = 4$ – частота, $b = 0; 2; 4$ – амплітуда; механічні характеристики полімерного ННМ з градієнтним профілем, що відповідають квадратичному закону зміни модуля Юнга по товщині [6] $E(\gamma) = E_0(a_1\gamma^2 + a_2\gamma + a_3)$ ($-h/2 \leq \gamma \leq h/2$).

Для коефіцієнтів a_1, a_2, a_3 обрано такі величини: 1) зростаючий модуль Юнга ($E(-h/2) = 110$ МПа; $E(0) = 150$ МПа; $E(h/2) = 243$ МПа) $a_1 = 26,5$ МПа; $a_2 = 66,5$ МПа; $a_3 = 150$ МПа; 2) усереднений по товщині модуль Юнга ($E = 158,33$ МПа) $a_1 = a_2 = 0$, $a_3 = 158,33$ МПа.

Результати розв'язання задачі наведено на графіках (рис. 1, 2), в середньому перерізі довжини для значень нормальних колових σ_ψ і поздовжніх σ_s напружень. На графіках (рис. 2), в силу симетрії поперечного перерізу, вздовж напрямної обрано інтервал $0 \leq \psi \leq \pi/4$.

Штриховими лініями позначені криві для матеріалу з усередненим значенням модуля Юнга, суцільними – для зростаючого закону зміни модуля пружності. Цифрами позначені криві, що відповідають: 1 – круговому циліндру; 2 – гофрованому з амплітудою $b = 2$; 3 – гофрованому з амплітудою $b = 4$.

На рис. 1 наведено графіки розподілу максимальних значень нормальних напружень на зовнішній поверхні вздовж напрямної циліндра: колових – рис. 1 а, поздовжніх – рис. 1 б. На рис. 2 наведено криві розподілу максимальних значень нормальних напружень, які

мають місце у вершині гофрів ($\psi = \pi/4$) вздовж товщини: колових – рис. 2 а, поздовжніх – рис. 2 б.

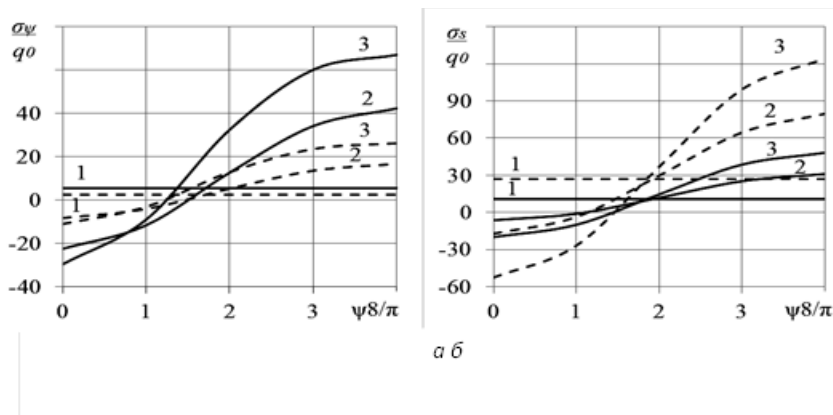


Рис. 1. Розподіл нормальних напружень вздовж напрямної циліндра

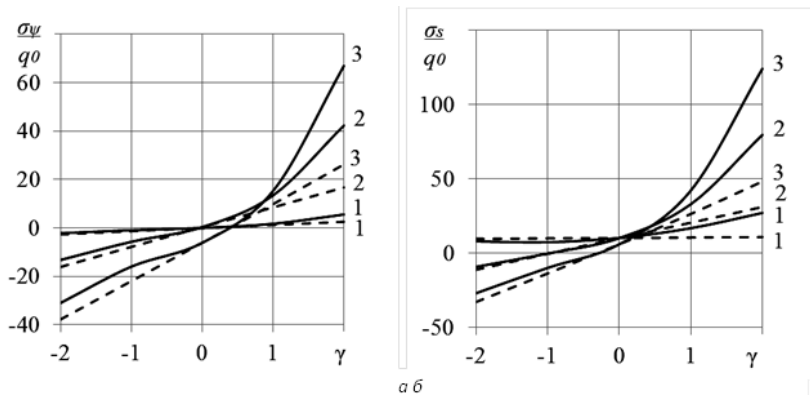


Рис. 2. Розподіл нормальних напружень вздовж товщини циліндра

Переважними серед нормальних напружень будуть поздовжні напруження σ_s , максимальні значення яких, мають місце на зовнішній навантаженій поверхні у вершинах гофрів. З даних наведених на рис. 1, 2 видно, що збільшення амплітуди гофрування призводить до перерозподілу полів напружень. Так, максимальна величина

нормальних колових напружень σ_ψ збільшується в зоні вершини гофрів ($\psi = \pi/4$) для усередненого розподілу модуля Юнга по товщині приблизно в 6,4 рази для амплітуди $b = 2$ і майже в 14 разів для амплітуди $b = 4$, порівняно з круговим циліндром ($b = 0$). При цьому, для зростаючого закону зміни модуля Юнга, збільшення амплітуди призводить до збільшення максимальної величини колових напружень в 8,4 рази для $b = 2$ та у 13,4 рази для амплітуди $b = 4$. Для поздовжніх напружень σ_s максимальні значення збільшуються відповідно у 3 рази для амплітуди $b = 2$ і у 5 разів для амплітуди $b = 4$ для обох законів зміни модуля пружності.

Таким чином, дані отримані в роботі можуть бути використані для оцінки міцності конструкцій подібного типу та як фундаментальні дослідження механіки деформівного твердого тіла.

Література:

1. Lugovoi P., Skosarenko Yu., Orlenko S., Shugailo A. Cylindrical Shells with Design and Manufacturing Features. *International Applied Mechanics*. 2019. Vol. 55. № 5. 524–533.
2. Zhang X., He Y., Li Z. et al. Static and dynamic analysis of cylindrical shell by different kinds of B-spline wavelet finite elements on the interval. *Engineering with Computers*. 2020. № 36. 1903–1914.
3. Pankratova N.D. Solution of the statics problem of unclosed laminar spherical shells in a three-dimensional formulation. *Soviet Applied Mechanics*. 1984. № 20. 908–912.
4. Grigorenko O., Rozhok L., Onyshchenko A., Chyzhenko N. Modeling the Stress State of Non-thin Cylindrical Shells with a Perturbed Cross-section shape. *International Applied Mechanics*. 2023. Vol. 59. № 3. 270–283.
5. Grigorenko Ya., Rozhok, L. Stress Analysis of Corrugated Hollow Cylinders. *International Applied Mechanics*. 2002. Vol. 38. № 12. 1473–1481.
6. Grigorenko A., Efimova T., Korotkikh Y. Free Axisymmetric Vibrations of Cylindrical Shells Made of Functionally Graded Materials. *International Applied Mechanics*. 2015. Vol. 51. № 6. 654–663.