

DOI <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-506-8-199>

**SUPPORTING THE RESEARCH ACTIVITIES
OF EDUCATORS THROUGH VISUAL DISPLAY
OF THE FEATURES OF THE VAN DER POEL EQUATION**

**ПІДТРИМКА ДОСЛІДНИЦЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ
ОСВІТИ ШЛЯХОМ НАОЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ
ОСОБЛИВОСТЕЙ РІВНЯННЯ ВАН ДЕР ПОЛЯ**

Dmytryshyn I.S.,

*Separate structural unit
“Kramatorsk Vocational College
of Industry, Information Technologies
and Business of the Donbas State
Machine Building Academy”,
Kramatorsk, Ukraine*

Дмитришин І.С.,

*Відокремлений структурний
підрозділ «Краматорський фаховий
коледж промисловості,
інформаційних технологій
та бізнесу Донбаської державної
машинобудівної академії»,
м. Краматорськ, Україна*

Коливальні процеси є невід’ємною частиною навколишнього середовища, а тому їх вивчення представляє велику наукову значущість в різних областях науки, зокрема у фізиці (наприклад, в оптиці, надпровідниковій електроніці), в біології (опис відомої біологічної популяції світлячків, які здійснюють синхронні мерехтіння), в дослідженні систем життєдіяльності людини (серцева діяльність та нейронні сигнали головного мозку).

Під час роботи в компанії Phillips, вивчаючи ланцюг електронної трубки з постійною амплітудою, Ван дер Поль винайшов стійкі коливання, які отримали назву “релаксаційних”.

Найпростішою моделлю, що описує даний тип коливань є диференціальне рівняння Ван дер Поля:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \alpha(x^2(t) - \mu) \frac{dx(t)}{dt} + \omega^2 x(t) = 0 \quad (1)$$

В даному рівнянні $x(t)$ – зміщення осцилятора від положення рівноваги, μ – коефіцієнт, який впливає на амплітуду коливань, що пов’язана із знаком сили дисипації, коефіцієнт α впливає на значення величини нелінійної частини рівняння, ω – власна частота гармонійного осцилятора.

Під час навчання здобувачів освіти теми “Дослідження системи диференціальних рівнянь на стійкість” освітньої програми “Вища

математика” в розділі “Диференціальні рівняння”, їм пропонується виконання самостійної дослідницької роботи в застосунку Системи комп’ютерної математики (СКМ) Maple.

Розглянемо дві модифікації рівняння (1), які моделюють роботу кардіостимулятора людини [1]:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \alpha(x^2(t) - \mu) \frac{dx(t)}{dt} + \frac{x(t)(x(t)+d)(x(t)+e)}{de} = 0 \quad (2)$$

Прийнемо в рівнянні (2), що константи d, e, μ, α є додатніми, при чому $\mu < d$. Інша модифікація (1) має вигляд:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \alpha(x - \beta_1)(x - \beta_2) \frac{dx(t)}{dt} + \frac{x(t)(x(t)+d)(x(t)+e)}{de} = 0 \quad (3)$$

В рівнянні (3) для збереження автоколивальності системи необхідною умовою є $\beta_1\beta_2 < 0$.

Перейдемо в кожному із рівнянь (2) і (3) до системи диференціальних рівнянь та отримаємо фазові портрети кожної із них за допомогою чисельного моделювання в СКМ Maple.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha(\mu - x_1^2)x_2 - \frac{x_1(x_1+d)(x_1+e)}{de} \end{cases} \quad (4)$$

Також запишемо рівняння (3) в аналогічному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha(x_1 - \beta_1)(x_1 - \beta_2)x_2 - \frac{x_1(x_1+d)(x_1+e)}{de} \end{cases} \quad (5)$$

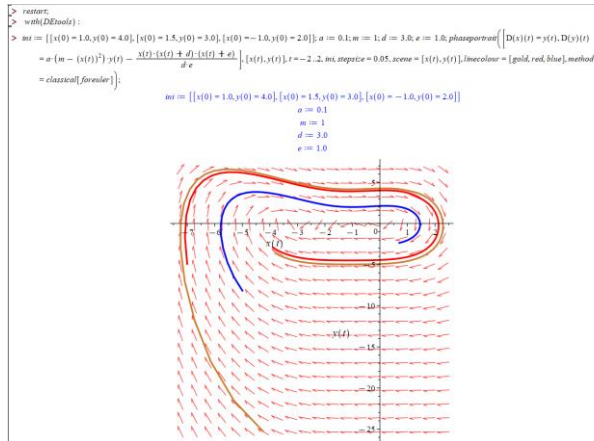


Рис. 1. Фрагмент розрахунку в СКМ Maple фазової траєкторії системи (4)

Результати моделювання системи (5) мають вигляд:

```
> restart;
> with(DEtools):
> ini := [[x(0) = 1.0, y(0) = 4.0], [x(0) = 1.5, y(0) = 3.0], [x(0) = -1.0, y(0) = 2.0]]; a := 0.1; m := 1; d := 3.0; e := 1.0; b1 := 1.1; b2 := 1.2;
phaseportrait([D(x)(t) = y(t), D(y)(t) = a - (x(t) - b1) - (x(t) - b2) - y(t) - (x(t) - (x(t) + d) - (x(t) + e))], [x(t), y(t)], t = -2..2, ini, stepsize = 0.05, scene
= [x(t), y(t)], linecolour = [gold, red, blue], method = classical[foreuler]);
ini := [[x(0) = 1.0, y(0) = 4.0], [x(0) = 1.5, y(0) = 3.0], [x(0) = -1.0, y(0) = 2.0]]
a := 0.1
m := 1
d := 3.0
e := 1.0
b1 := 1.1
b2 := 1.2
```

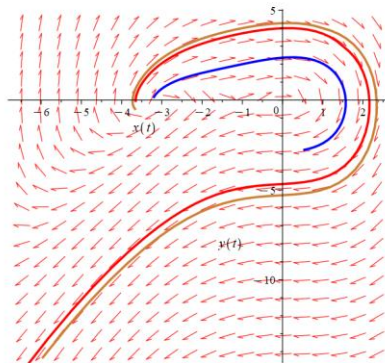


Рис. 2. Фрагмент розрахунку в СКМ Maple фазової траєкторії системи (5)

Виходячи із отриманих результатів, здобувачі освіти мають зробити відповідний висновок щодо стійкості системи, виходячи із типу отриманого фазового портрету. В даному випадку спостерігається очікуваний випадок стійкого граничного циклу.

Перелік використаних джерел

1. Щербак В.Ф., Дмитришин І.С. Відстеження стану кардіостимуляторів, промодельованих рівнянням Ван дер Поля. Праці ІПММ НАН України, том 35, №2, 2021, с. 179-188. DOI:10.37069/1683-4720-2021-35-14
2. H.G.Enjieu.Kadji, R.Yamapi, Physica, A 370(2006), 316-328, DOI: 10.1016/j.physa.2006.03.013
3. Grudzinski K., Zebrowski J.J. (2004) Modeling cardiac pacemakers with relaxators. Physica A., 336, 153-162

4. Algaba A., Fernandez-Sanchez F., Freire E., GAmero E., Rodriguez-Luis A.J. Oscillation-sliding in a modified van der Pol-Duffing electronic oscillator. *Journal of Sound and Vibration*. – 2002. Vol 249(9). p. 899-907
5. Murray J.D. *Mathematical biology I. An Introduction* (3rd edn.). Springer. 2002
6. Kaplan V.Z., Gabay I., Saraan G., Biological application of the altered Van der Pol oscillator. *Journal of the Franklin Institute*. 2007, Vol 345(3). P.226-232.
7. Landau I.D., Bouziana F., Bitmead R., Voda A. Analysis of control relevant coupled nonlinear oscillatory systems. *European Journal of Control*. 2008. Vol 10. p. 263-282.

DOI <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-506-8-200>

APPLICATION OF MACHINE LEARNING FOR CLUSTERING OF COMPANY CLIENTS

ЗАСТОСУВАННЯ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДЛЯ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ КЛІЄНТІВ КОМПАНІЇ

Ivanchenko N.O.,

*PhD (Economics),
Associate Professor, Taras Shevchenko
National University of Kyiv,
Kyiv, Ukraine*

Іванченко Н.О.,

*к.е.н., доцент,
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка,
м. Київ, Україна*

Podskrebko O.S.,

*PhD (Economics),
Associate Professor Taras Shevchenko
National University of Kyiv, Kyiv,
Ukraine; LLC "Technical university
"Metinvest polytechnic",
Zaporizhzhia, Ukraine*

Подскребко О.С.,

*к.е.н., доцент,
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка;
ТОВ «Технічний університет
«Метінвест політехніка»,
м. Запоріжжя, Україна*

Алгоритми машинного навчання за останні роки стали невід'ємною частиною і потужним інструментом прийняття управлінських рішень. Машинне навчання допомагає ефективно вирішувати широкий спектр бізнес-завдань, а саме: