Література:

1. Булат А.Ф., Чемерис И.Ф. Научно-технические основы создания шахтных когенерационных энергетических комплексов. Киев : Наук. думка, 2006. – 176с.
2. Зысин, В.А. Комбинированные парогазовые установки и циклы / Р.И. Нигматулин. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 187с.
3. Кирсанов М.В., Губинский М.В. Перспективы применения гидропаровой турбины для утилизации тепла шахтного энергокомплекса. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 2013 № 6. С. 87–90.
4. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. Київ: Наук. думка, 2002 661 с.
5. Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.II / Р.И. Нигматулин. – М. : Наука, 1987. – 360с.
6. Tran T., de Maleprade E., Sun C., Lohse D. Air entrainment during impact of droplets on liquid surfaces. *Journal of Fluid Mechanics.* 2013. v. 726, R3. p. R3-1 – R3-11.
7. Вассерман А.В. Аналитическое описание теплофизических свойств воздуха и его компонентов и составление таблиц справочных данных. *Технические газы*. 2009 № 6. С. 43−53.

DOI https://doi.org/10.30525/978-9934-588-79-2-1.33

О КОЛЕБАНИЯХ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ С СУЩЕСТВЕННЫМ ПРОЯВЛЕНИЕМ ВЯЗКИХ СВОЙСТВ

Ковбаса В. П.
доктор технических наук, профессор,
Винницкого национального аграрного университета

Цуркан О. В.
кандидат технических наук, доцент,
Винницкого национального аграрного университета
г. Винница, Украина

Соломка А. В.
кандидат технических наук
Национального университета биоресурсов
и природопользования Украины
г. Киев, Украина

Процессы колебаний сыпучих сред широко применяются в различных отраслях промышленного и пищевого производства для их уплотнения или разуплотнения, транспортирования, а также для абразивной обработки деталей в движущейся сыпучей среде абразива.

При моделировании движения сыпучей дискретной среды, могут использоваться такие наиболее распространенные методы формализации:

– в виде материальной точки или их системы;

– в виде материальной частицы или их системы;

– сплошной деформируемой среды с различным проявлением механических свойств;

– сыпучей дискретной среды, как частного случая сплошной деформируемой среды

Наиболее простым методом формализации есть формализация в виде материальной точки (например) [2]. Он предполагает постоянство массы частицы, при этом не может учитывать взаимодействие между ними и влияние скорости движения частиц на их перемещения.

Метод формализации сыпучей среды в виде сплошной деформируемой предполагает, что сыпучая среда является континуальной. Метод позволяет учитывать взаимодействие между частицами в виде упругих, вязких либо пластичных составляющих внутренних сил сопротивления. При такой формализации наиболее распространено использование уравнения Навье-Стокса [1, 3]. К сожалению, точного корректного решения такого уравнения в аналитическом виде не существует. Кроме того, эта модель не отображает переменный характер плотности и вязкости среды в пространстве и времени.

Таким образом наиболее перспективной является модель поведения сыпучей среды под действием вибрации, которая представляется в виде вязкой среды с четом начальных напряжений сдвига. Это обусловлено тем, что при колебательных движениях после нарушения статического равновесия наиболее активно проявляются вязкие сопротивления движению. Такой метод может использоваться для случая, когда рассматриваемый элемент среды превышает максимальный размер частиц хотя бы на порядок.

При решении задач динамики движения сыпучей дискретной среды возникает необходимость составления уравнений его статики для обеспечения устойчивости решения.

В общем случае для решения задач о статическом состоянии сыпучей среды необходимо рассмотреть задачу распределения компонент напряжений и плотности среды в зависимости от начальных ее свойств и геометрических характеристик рабочей камеры, в которой она находится, а также координат, в которых определяются компоненты напряжений и плотностей.

Для решения поставленных задач необходимо ввести допущения и упрощения, которые позволяют формализовать процесс: – исследования проводятся в Эйлеровой постановке с применением декартовой системы координат; – среда формализируется, как классическая сыпучая, частицы которой, как минимум, на порядок меньше размеров объемов в которых рассматриваются деформации и напряжения, при этом напряжения на границах контакта частиц не превышают граничных значений, которые приводят к их разрушению; – плотность сыпучей среды и модуль ее динамической вязкости являются функциями координат і времени; – стенки рабочей камеры являются абсолютно твердыми, а угол внешнего трения сыпучей среды о них есть величина постоянная.

Плотность сыпучей среды в статическом состоянии на расстоянии от стенок $(x, y) \neq R$ имеет вид [4]:

$$\rho = \rho_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} b \sqrt{\left(\left(1 + \frac{\tau_0 + P\,tg[\varphi]}{tg[\varphi] + \sqrt{1 + tg[\varphi]^2}}\right)\left(P + 2P\left(1 - \frac{2(\tau_0 + P\,tg[\varphi])}{P\left(tg[\varphi] + \sqrt{1 + tg[\varphi]^2}\right)}\right)\right)\right)},$$

где ρ_0 – начальная плотность; b – эмпирический коэффициент; τ_0, $\mathring{\varphi}$ начальное напряжение сдвига и угол внутреннего трения сыпучей среды; y – вертикальная координата рассматриваемого объема.

При этом в последнее уравнение должна войти функция изменения плотности как функция гидростатического давления:

$$p = \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}, \sigma_x = g\,y\,\rho_0 m; \sigma_y = g\,y\,\rho_0; \sigma_z = g\,y\,\rho_0 m;$$

$$\sigma_1 = y\,\rho_0\,g; m = 1 - \frac{2(\tau_0 + \sigma_1 Tan[\varphi])}{\sigma_1 (Tan[\varphi] + \sqrt{1 + Tan[\varphi]^2})},$$

Переменная функция вязкости сыпучей среды может быть принята в виде функции изменения плотности частиц: $\eta = a(b(k\ \gamma - \gamma_0)^2 - c)$ $k = \rho/\gamma$ где γ – плотность частицы сыпучей среды; γ_0 – начальная плотность частицы сыпучей среды.

Уравнения движения сыпучей среды имеют вид:

Уравнение неразрывности среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\left(+\frac{\partial(\rho U)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho W)}{\partial z}\right)=0\,,$$

где U, V, W – компоненты скоростей движения элементов среды.

Уравнения динамики среды в выражениях скоростей движения и плотности с учетом массовых сил и сил возмущения:

$$\rho\left(\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+W\frac{\partial U}{\partial z}\right)=F_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\nu\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial W}{\partial z}\right)\right)\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)\right);$$

$$\rho\left(\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+W\frac{\partial V}{\partial z}\right)=Fy+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\nu\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial W}{\partial z}\right)\right)\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}\right)\right);$$

$$\rho\left(\frac{\partial W}{\partial t}+U\frac{\partial W}{\partial x}+V\frac{\partial W}{\partial y}+W\frac{\partial W}{\partial z}\right)=Fz+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial W}{\partial z}-\nu\left(\frac{\partial W}{\partial z}-\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial V}{\partial y}\right)\right)\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}\right)\right).$$

Граничные и начальные условия:

$$(U=V=W)\Big|_{\substack{t=0,\\ x=y=R}}=0\ ;\ \rho\Big|_{t=0}=\rho_0\,,\ \rho\Big|_{x=\sqrt{R^2-y^2},\,t=0}=\rho_{x=\sqrt{R^2-y^2}}\,.$$

Функции свободного члена F_x, F_y, F_z – это некие составные выражения из возмущающего действия и массовых сил.

Вследствие задействования обозначений α, β как внутренних функций модели в Comsol, обозначения в исходных выражения заменены: $\beta=\lambda$, $\alpha=\theta$.

Таким образом, возмущающее действие совместно с массовыми силами представляется выражениями: в проекции на горизонтальную продольную ось oz, вертикальную ось, в направлении которой совершаются колебания oy и горизонтальную поперечную ось ox:

$$Fx = -\rho\, Tan[\frac{\delta}{2R}] K\omega^2 Sin[t\omega] Cos[\theta];\; Fy = -\rho\left(K\omega^2 Sin[t\omega] + g\right) Cos[\theta];$$

$$Fz = -\rho\left(K\omega^2 Sin[t\omega] + g\right) Sin[\theta],\; K = a\left(1 + (R + x)\,\frac{(\delta - 1)}{2}\right),$$

где R – радиус контейнера; a, ω – амплитуда и угловая скорость колебаний; δ – коэффициент неравномерности амплитуд колебаний в поперечном направлении; θ – угол наклона продольной оси контейнера к горизонту.

Решение задачи с использованием метода конечных элементов (FEM) в среде Comsol, позволило получить функции распределения скоростей и плотностей элементов сыпучей среды в объеме. Пример графиков решений представлен на рисунке.

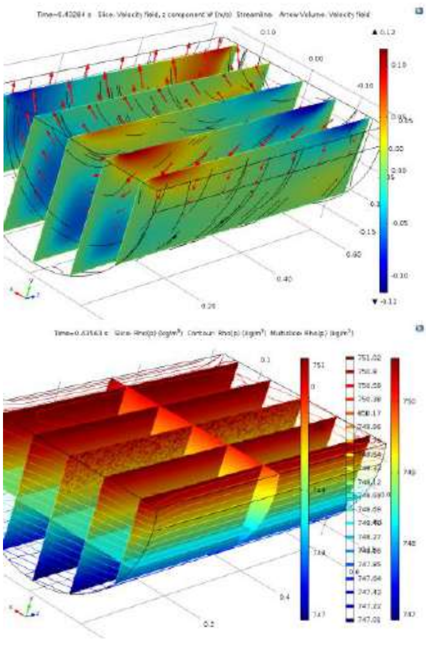

Рис. Характер изменений компоненты вертикальных скоростей W сыпучей среды и ее плотности ρ при амплитуде колебаний $a = 0,01\,м$, угловой скорости $\omega = 75$ рад/с, углах $\lambda = 0,\ \theta = 0$, начальной плотности $\rho = 750$ кг/м^3.

Таким образом показан способ решения задачи об определении скоростей движения и изменениях плотности вынужденных колебаний сыпучей среды с переменным модулем ее вязкости в зависимости от параметров колебаний и механических свойств самой среды.

Литература:

1. Федоренко И.Я., Пирожков Д.Н. Вибрируемый зернистый слой в сельскохозяйственной технологии: монография. Барнаул, 2006. 166 с.
2. Lindner G., Förderrinnen. Die Fördertechnik. 1912. Heft 2. 54 p.
3. Блехман И.И. Вибрационная механика. Москва, 1994. 400 с.
4. Ковбаса В.П., Ярошенко В.В. Розподіл напружень у сипкому середовищі, обмеженому стінками споруди силосного типу. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Кіровоград, 2010. Вип. 40, ч. 1. С. 314–324.